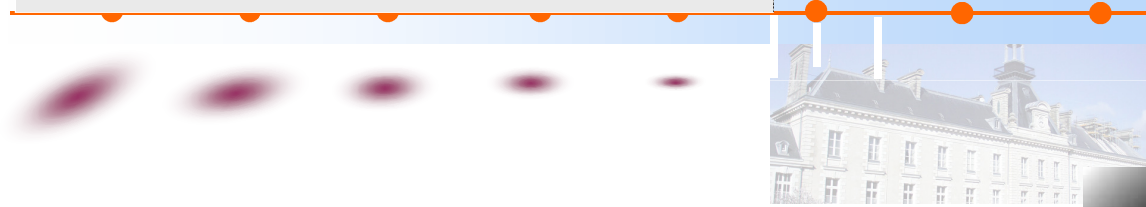
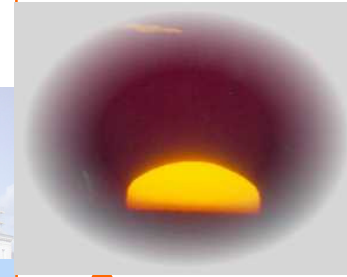


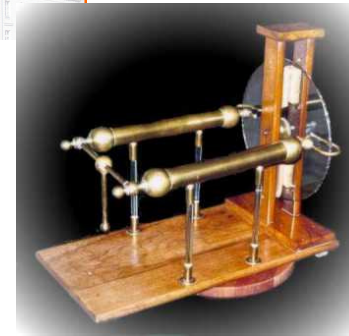
PCSI 1 (O.Granier)

Lycée
Clemenceau



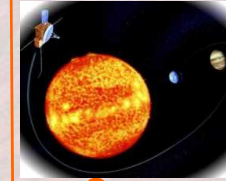
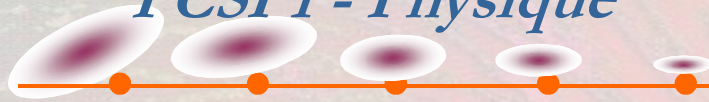
Le champ magnétique

La loi de Biot et Savart



Lycée *Clemenceau*

PCSI 1 - Physique



I - Présentation du champ magnétique

1 - Introduction :

L'électrostatique est l'étude des interactions entre particules chargées immobiles.

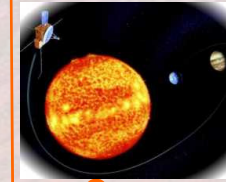
La magnétostatique est l'étude des interactions entre particules chargées en mouvement (en régime indépendant du temps).

Certains corps aimantés (comme la magnétite, Fe_3O_4) attire le fer.

L'acier, par frottement contre un aimant naturel, acquiert des propriétés équivalentes.

Des conducteurs parcourus par des courants sont également sources de champs magnétiques.





Les interactions électriques et magnétiques sont étroitement liées (exemple : phénomène d'induction).

Elles représentent deux aspects différents d'une seule propriété de la matière : sa charge électrique.

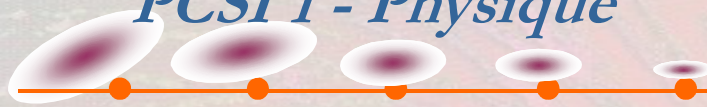
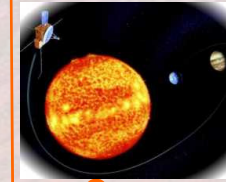
Le magnétisme est une manifestation des charges électriques en mouvement.

(Ci-contre : lignes du champ magnétique créé par un barreau aimanté)

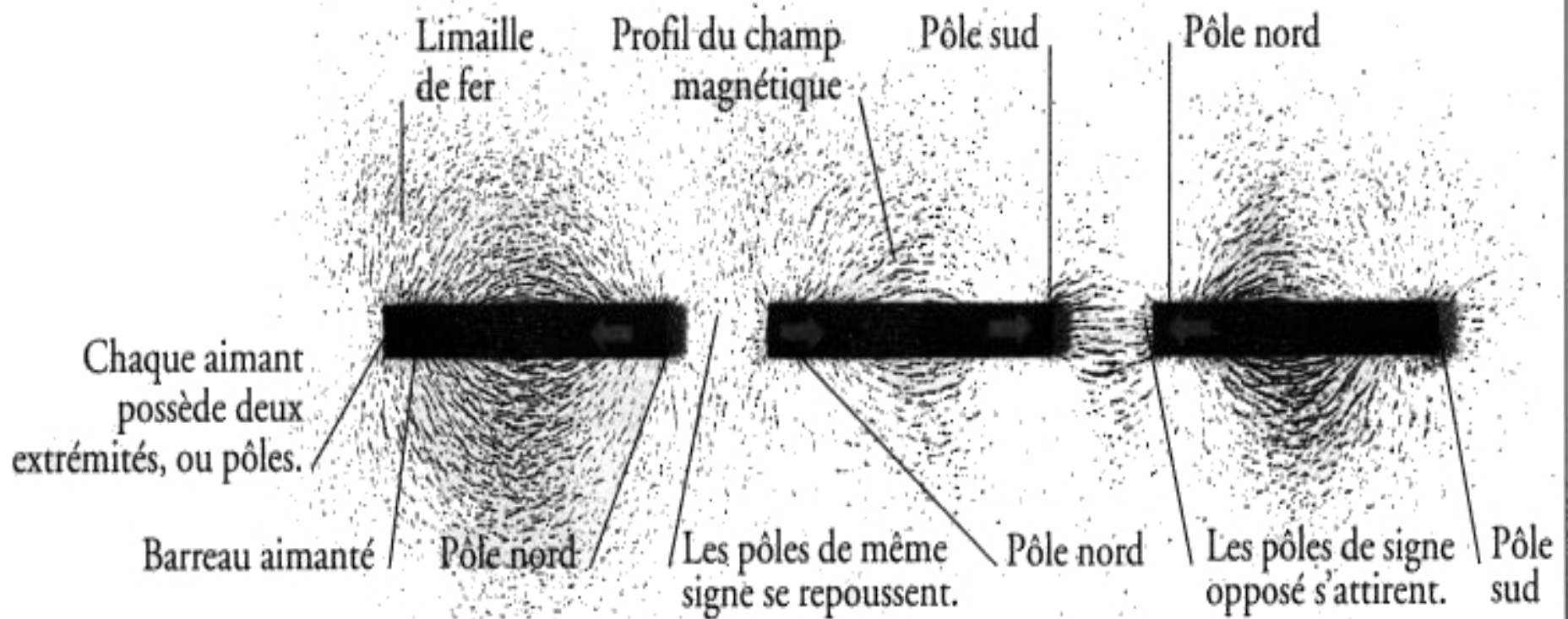


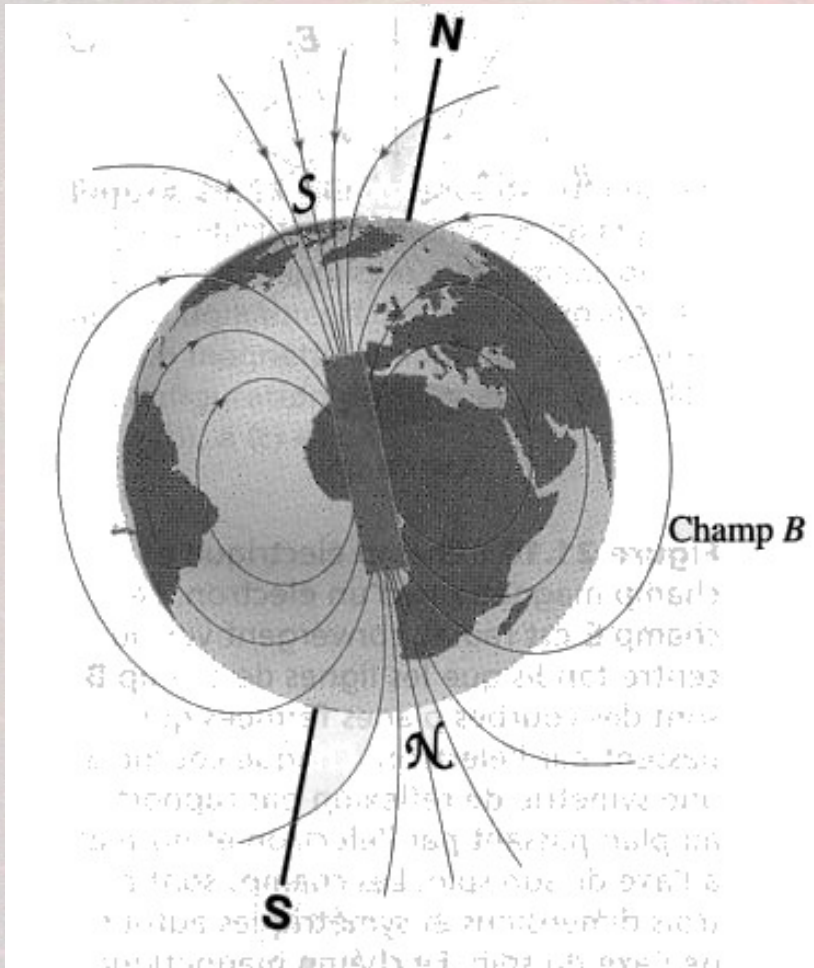
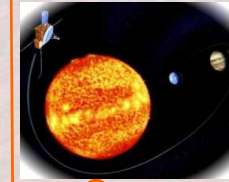
Lycée *Clemenceau*

PCSI 1 - Physique



Lignes de champ magnétique, pôle nord, pôle sud :





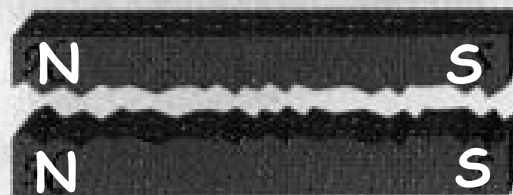
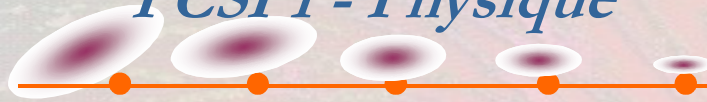
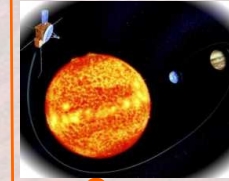
Champ magnétique terrestre :

Il ressemble à celui d'un barreau aimanté incliné.

Une aiguille de boussole s'aligne dans la direction du champ, approximativement vers le pôle nord géographique, qui n'est pas très loin du pôle magnétique sud de la Terre.

Ce champ s'étend jusqu'à des milliers de kilomètres dans l'espace et possède la symétrie de révolution autour de l'axe du barreau aimanté fictif.





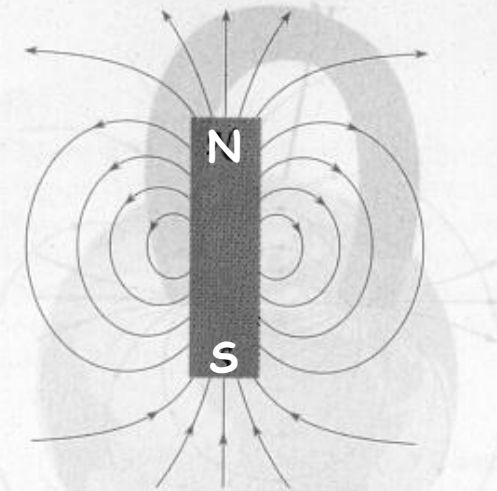
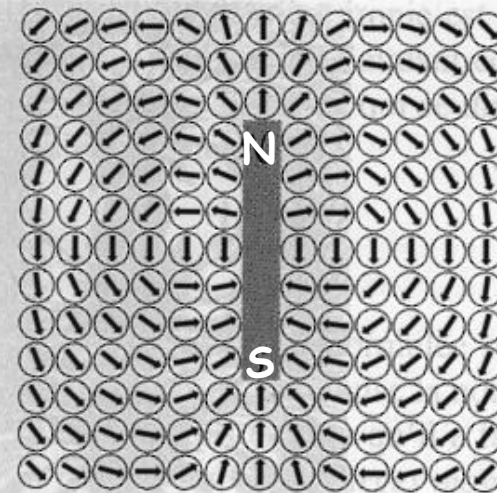
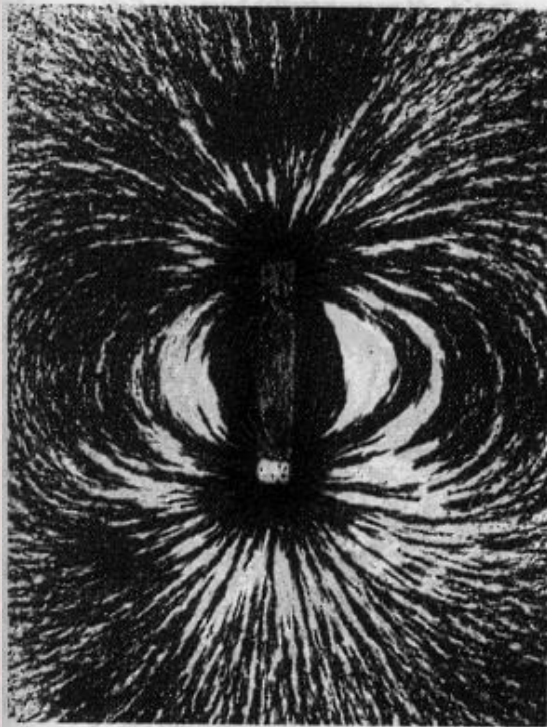
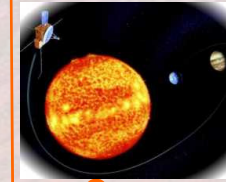
Dipôles magnétiques :

Les fragments d'un barreau aimanté ont toujours deux pôles (un pôle nord et un pôle sud).

Un aimant se comporte comme s'il était composé de petites unités bipolaires, appelées **dipôles magnétiques**.

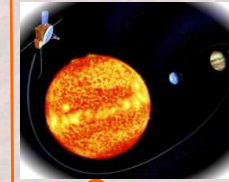
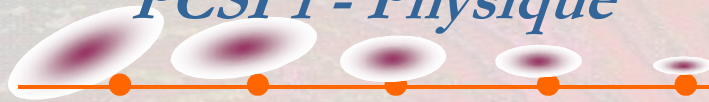
Il n'existe pas de **monopôles magnétiques** (équivalents des charges électriques ponctuelles).





Le champ autour d'une tige aimantée, illustré par un ensemble de petites boussoles. Ce dessin montre le champ seulement dans un plan. En fait, le champ se trouve dans l'espace à trois dimensions; il a une symétrie de révolution autour de la tige. La photo montre l'alignement de la limaille de fer au voisinage d'une petite tige aimantée. Par convention, le champ d'un aimant sort de son pôle nord et entre par son pôle sud. La photo ne permet pas de distinguer le pôle nord du pôle sud.





2 - Définition du champ magnétique :

On considère une particule ponctuelle q placée au point M . Au voisinage d'un aimant ou d'un conducteur parcouru par un courant, elle est soumise à la force magnétique :

$$\vec{f} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Cette force permet de définir le champ B (par l'intermédiaire de la charge test q , de la même manière qu'en électrostatique).

Unités du champ magnétique :

Dans le SI : le Tesla (T)

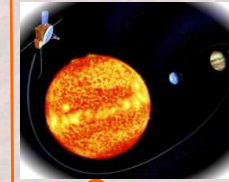
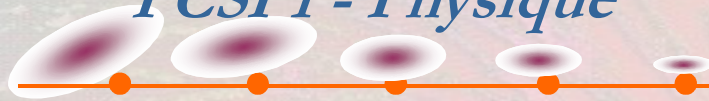
Le Gauss : $1 G = 10^{-4} T$



TABLEAU 21.1 Champs magnétiques

Source	Champ (T)
Noyau atomique (à sa surface)	10^{12}
Étoile à neutrons (à sa surface)	$\approx 10^8$
Le champ le plus intense produit en laboratoire	
compression explosive ($\approx 10^{-6}$ s)	$1,5 \times 10^3$
bobines à impulsion ($\approx 10^{-3}$ s)	100
constant (par courant continu dans un aimant supraconducteur, 1993, MIT)	37,2
constant (courant continu à température ambiante)	23,5
Sans effets aigus sur les bactéries, les souris, ou les insectes de fruits	14
Grand électroaimant de laboratoire	5
Taches solaires (à l'intérieur)	0,3
Limite d'exposition humaine (sur tout le corps, continu, pour des minutes)	$\approx 0,2$
Petit aimant de céramique (à proximité)	$\approx 0,02$
Petite tige aimantée (près des pôles)	10^{-2}
Soleil (à sa surface)	10^{-2}
Sèche cheveux (60 Hz, à proximité)	$1 \times 10^{-3} - 2,5 \times 10^{-3}$
Ouvre-boîtes électrique (60 Hz, à proximité)	$0,5 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3}$
Jupiter (aux pôles)	8×10^{-4}
Mixer (60 Hz, à proximité)	$10^{-4} - 0,5 \times 10^{-3}$
Terre (à sa surface)	$0,5 \times 10^{-4}$
Téléviseur couleur (60 Hz, à proximité)	10^{-4}
Ligne haute tension (maximum sous 765 kV, 4 kA)	$\approx 0,5 \times 10^{-4}$
Grille-pain (60 Hz, à proximité)	$0,1 \times 10^{-4} - 1 \times 10^{-4}$
Lumière solaire (quadratique moyen)	3×10^{-6}
Réfrigérateur (60 Hz, à proximité)	10^{-6}
Mercure (à la surface de la planète)	2×10^{-7}
Corps humain (produit par le)	$\approx 3 \times 10^{-10}$
Espace interstellaire	$\approx 10^{-10}$
Région protégée par un blindage (plus faible champ mesuré)	$1,6 \times 10^{-14}$





II - Les sources du champ magnétique

Le but de ce chapitre est d'étudier les champs magnétiques créés par des conducteurs parcourus par des courants.

Ces courants peuvent être volumiques, surfaciques ou linéiques.

1 - Répartition volumique de courant :

On considère un ensemble de particules de charge q , de densité particulaire n et ayant un mouvement d'ensemble à la vitesse v .

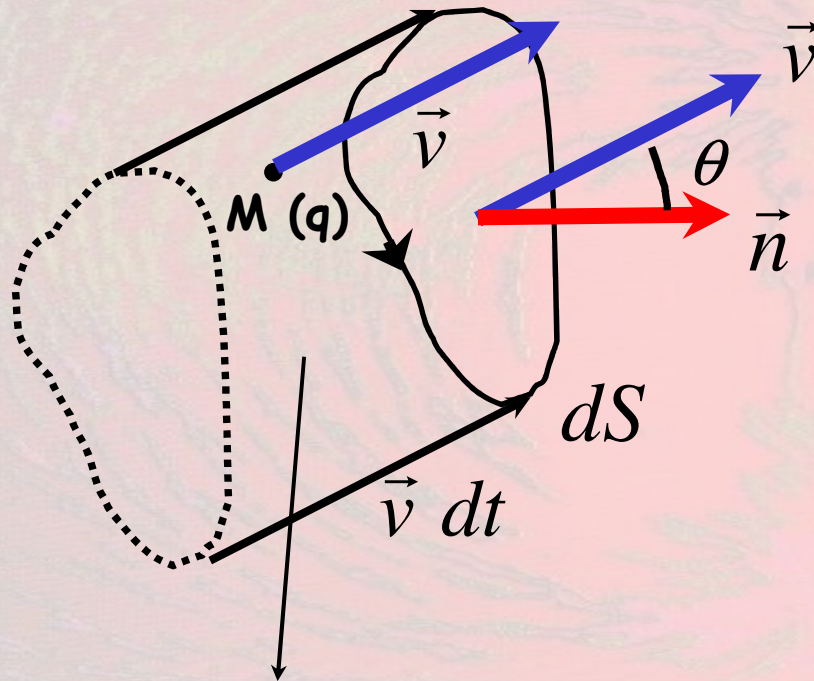
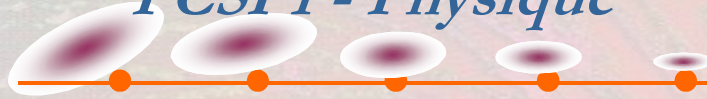
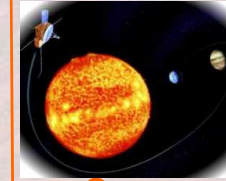
On notera dans la suite :

$$\rho_m = nq$$

la **densité de charges mobiles** (exprimée en $C.m^{-3}$).

Comment définir l'intensité qui traverse une surface dS quelconque ?





$$\text{Volume } d\tau = (v dt)(dS) \cos \theta$$

La quantité de charges électriques dq qui traverse la surface élémentaire dS pendant l'intervalle de temps dt est :

$$dq = n d\tau q$$

Soit :

$$dq = nq v \cos \theta dS dt$$

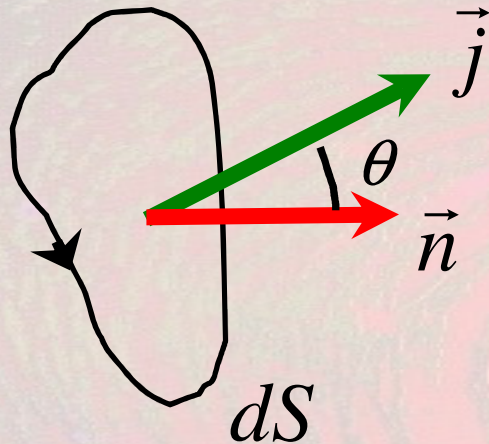
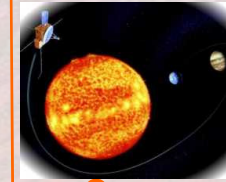
Or :

$$v \cos \theta dS = \vec{v} \cdot \vec{n} dS dt$$

D'où :

$$dq = (nq\vec{v}) \cdot \vec{n} dS dt$$





L'intensité électrique di qui traverse la surface dS est ainsi :

$$di = \frac{dq}{dt} = (nq\vec{v}) \cdot \vec{n} dS$$

On voit que l'intensité s'interprète comme étant le flux du vecteur :

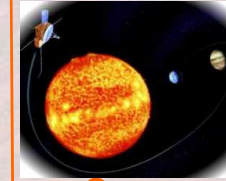
$$\vec{j} = nq\vec{v} = \rho_m \vec{v}$$

à travers la surface dS orientée. Le vecteur j est appelé **vecteur densité volumique de courant électrique**.

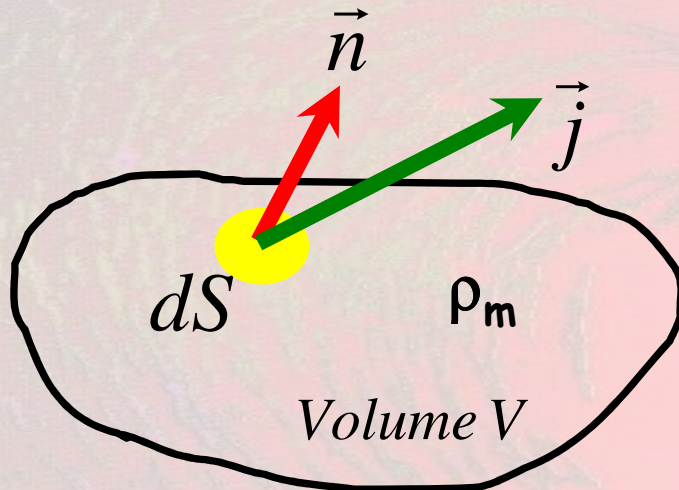
A travers une surface « finie » (S), on écrira (flux total du vecteur j à travers la surface totale S) :

$$i = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$





Flux de \vec{j} et conservation de la charge :



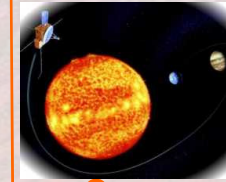
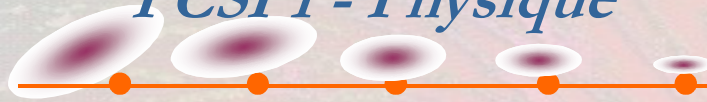
On considère un volume V délimité par une surface fermée S (fixe dans le référentiel d'étude).

Soit ρ_m la densité volumique de charges mobiles dans le milieu. La charge totale $Q(t)$ comprise dans le volume à l'instant t vaut :

$$Q(t) = \iiint_{(V)} \rho_m(M, t) d\tau$$

La conservation de la charge électrique permet d'écrire :

$$\frac{dQ(t)}{dt} = -i(t) \text{ à travers } S$$



Par conséquent :

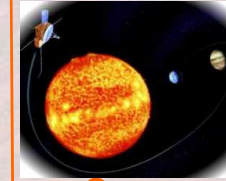
$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_{(V)} \rho_m(M, t) d\tau \right) = - \oiint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$

Le volume V étant fixe :

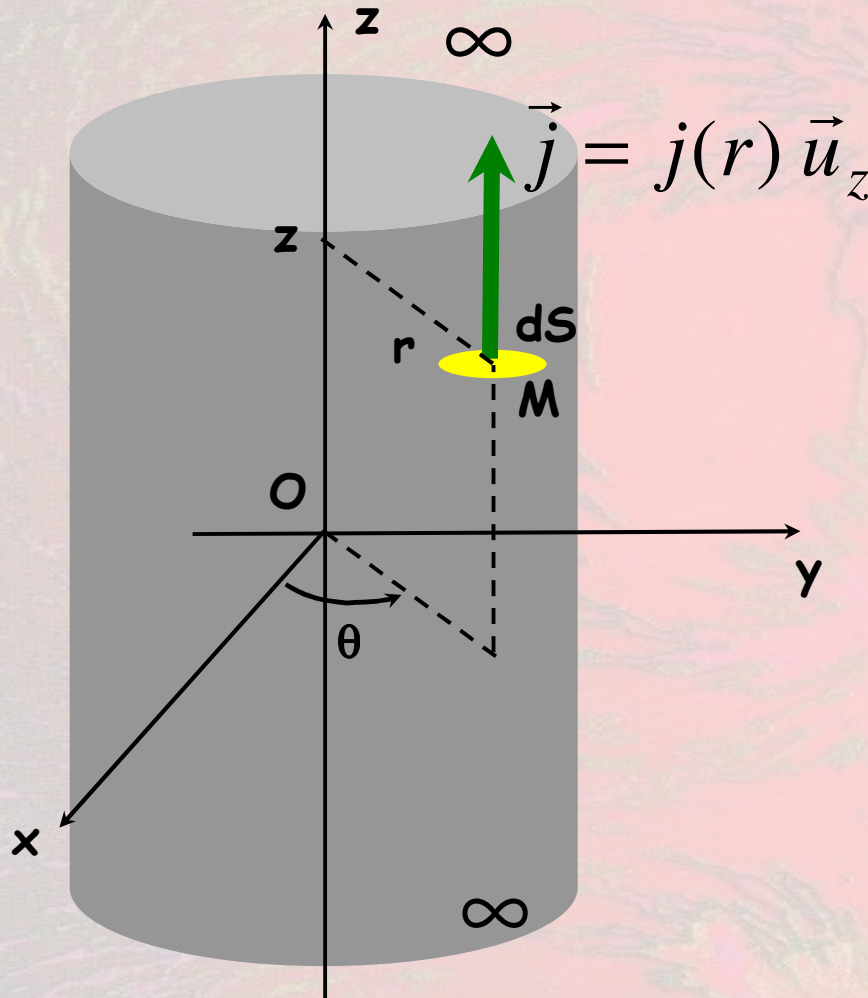
$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_{(V)} \rho_m(M, t) d\tau \right) = \iiint_{(V)} \frac{\partial \rho_m(M, t)}{\partial t} d\tau$$

Enfin, le principe de conservation de la charge conduit à :

$$\iiint_{(V)} \frac{\partial \rho_m(M, t)}{\partial t} d\tau = - \oiint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{n} dS$$



Exemple 1 : (cylindre infini parcouru par un courant volumique)



On choisit un vecteur densité de courant dirigé selon (Oz), à **symétrie cylindrique** (la norme de j ne dépend que la distance r à l'axe (Oz)).

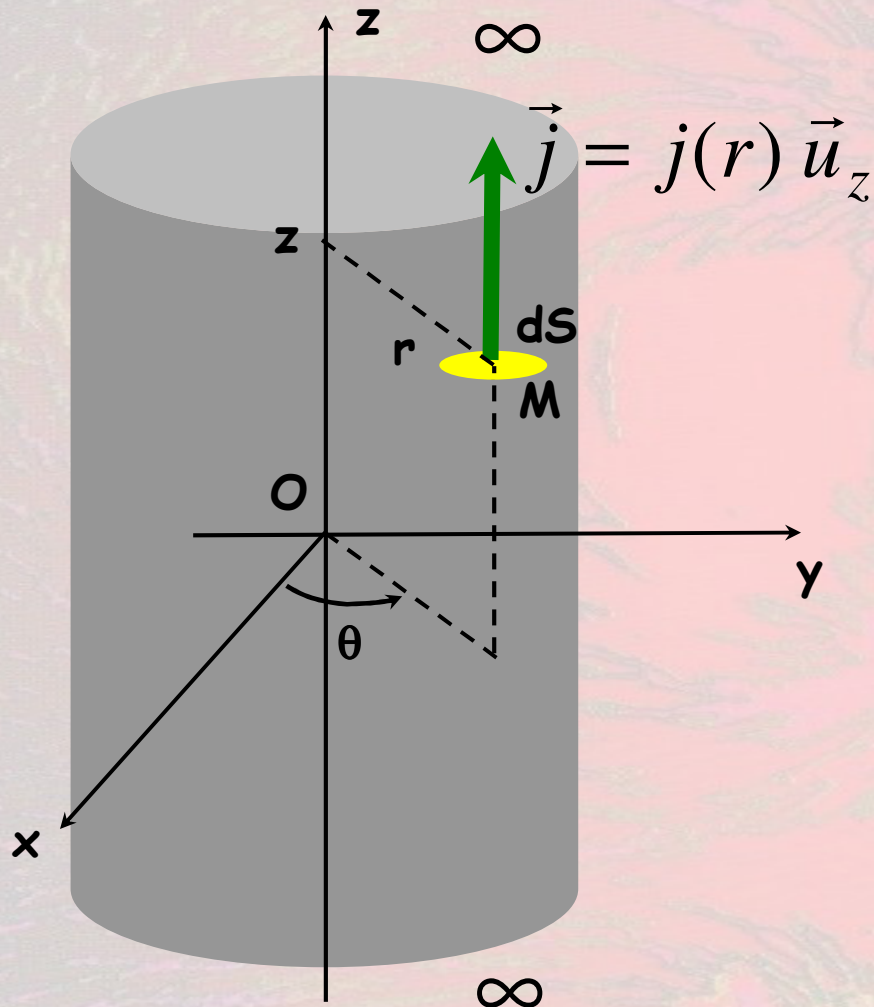
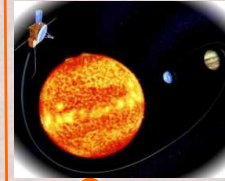
Par exemple :

$$\vec{j} = j(r) \vec{u}_z = \frac{r}{R} j_0 \vec{u}_z$$

L'intensité à travers dS est alors :

$$di = j(r)dS = j(r) r dr d\theta$$

$$\text{Et : } i = \int_0^R j(r)r dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

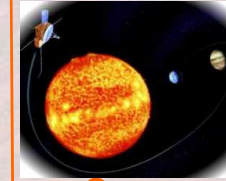


Soit :

$$i = 2\pi \int_0^R \frac{r^2}{R} j_0 dr = \frac{2\pi R^2}{3} j_0$$

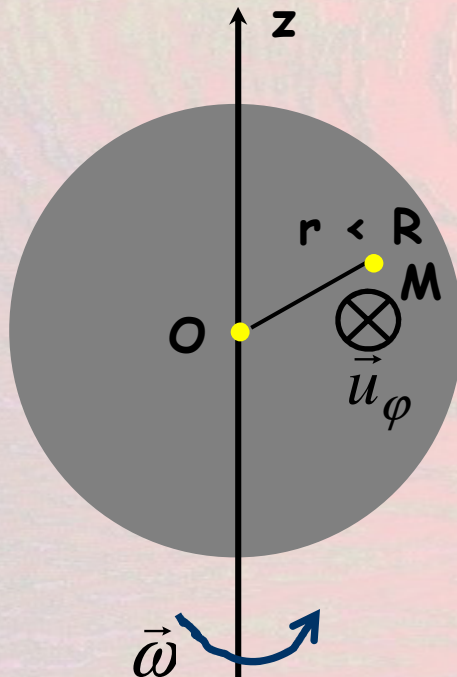
Si le vecteur j avait été constant (et égal à j_0), alors l'intensité à travers une section quelconque du cylindre aurait été :

$$i = \pi R^2 j_0$$



Exemple 2 : (Boule chargée en rotation)

Une sphère de rayon R porte une charge Q uniformément répartie en volume (avec une densité notée ρ). Elle tourne autour de l'un de ses diamètres à la vitesse angulaire ω constante dans le référentiel du laboratoire.

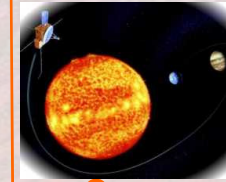


Vecteur densité de courant :

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \quad \left(\rho = \frac{3Q}{4\pi R^3} \right)$$

Avec $\vec{v} = r\omega \sin \theta \vec{u}_\varphi$, il vient :

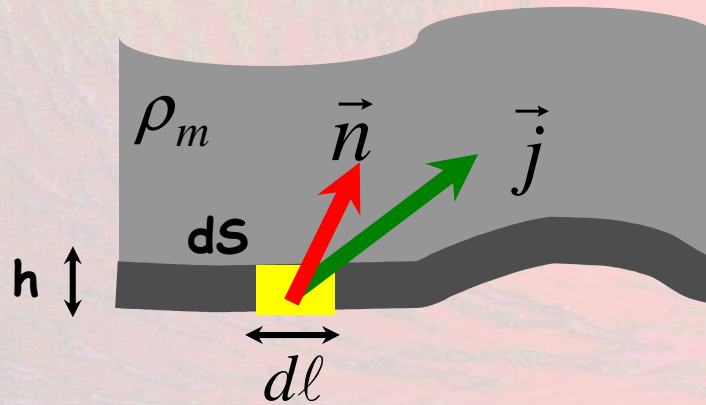
$$\vec{j} = \rho r\omega \sin \theta \vec{u}_\varphi$$



2 - Répartition surfacique de courant :

Lorsque la distribution de courants se trouve confinée sur une épaisseur très faible (par rapport aux deux autres dimensions d'espace), on pourra utiliser une **modélisation surfacique**.

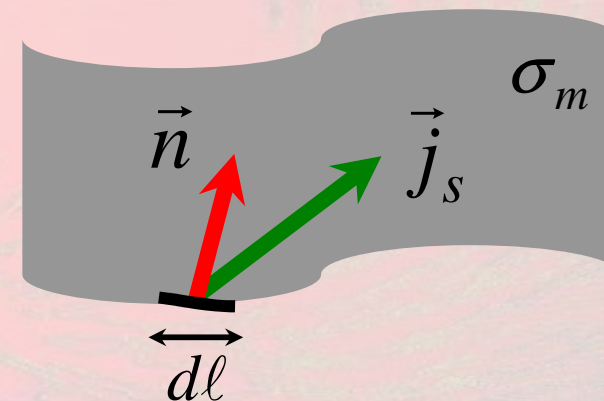
modélisation volumique



$$\vec{j} = \rho_m \vec{v}$$

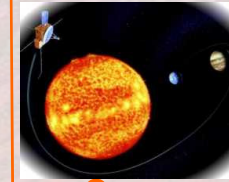
$$di = \vec{j} \cdot \vec{n} dS = \vec{j} \cdot \vec{n} h dl$$

modélisation surfacique



$$\vec{j} = \sigma_m \vec{v}$$

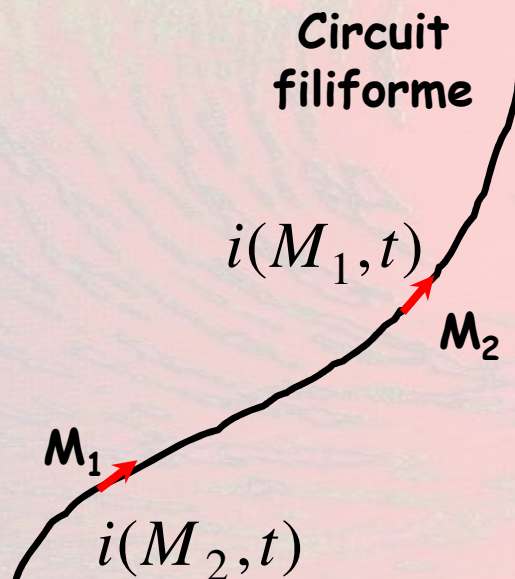
$$di = \vec{j}_s \cdot \vec{n} dl$$



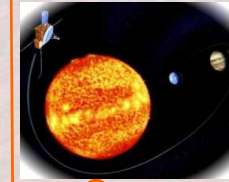
3 - Répartition linéique de courant :

Les conducteurs de faible section sont assimilés à des fils.

Le courant « linéique » est alors simplement le courant parcouru par le fil.



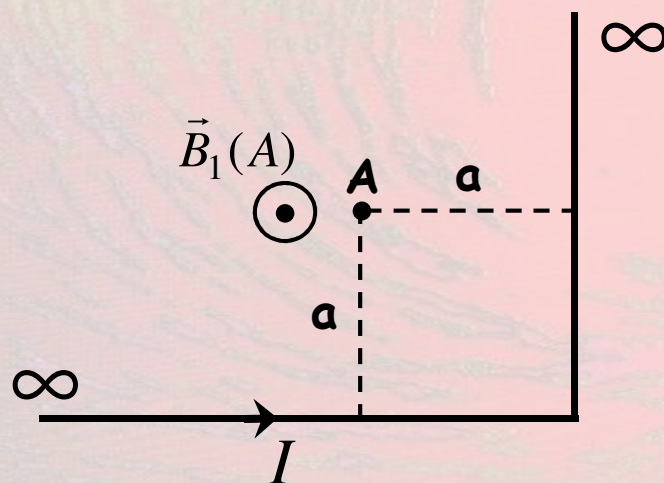
Le courant électrique dépend *a priori* du temps et du point M .



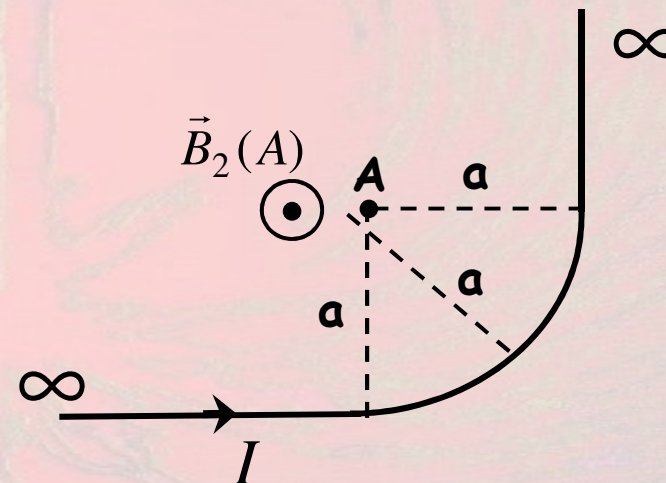
III - La loi de Biot et Savart

Cette loi a été énoncée en 1820 par les physiciens Biot et Savart.

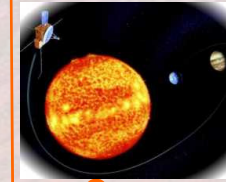
Ces physiciens ont notamment déterminé les champs magnétiques créés par les deux circuits suivants :



$$B_1(A) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

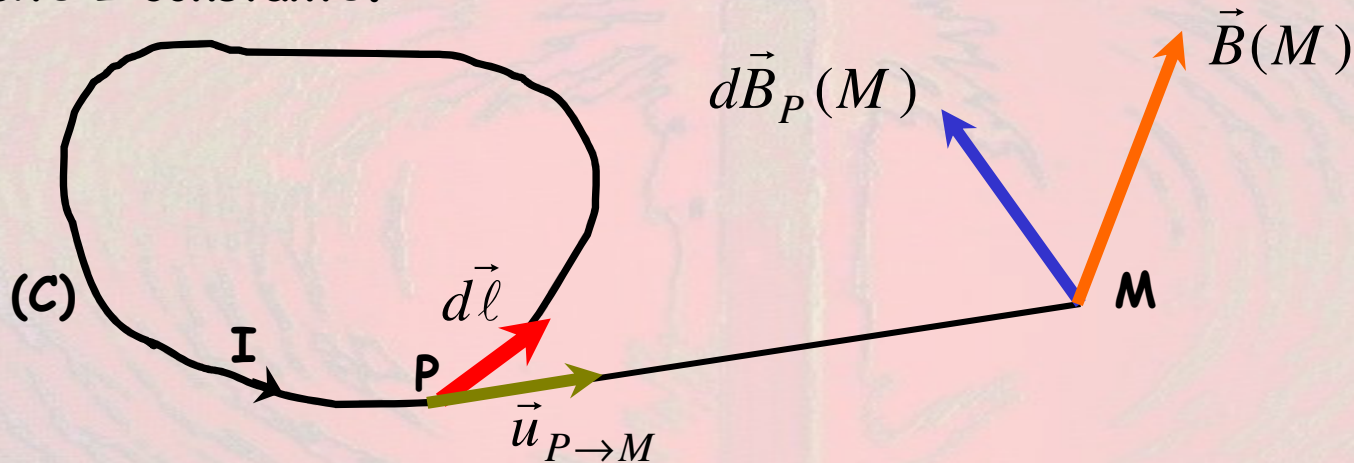


$$B_2(A) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)$$



1 - Énoncé de la loi de Biot et Savart :

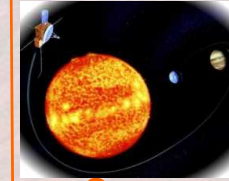
On considère un **circuit filiforme fermé** (C) parcouru par un courant d'intensité **I** constante.



$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{P \rightarrow M}}{PM^2}$$

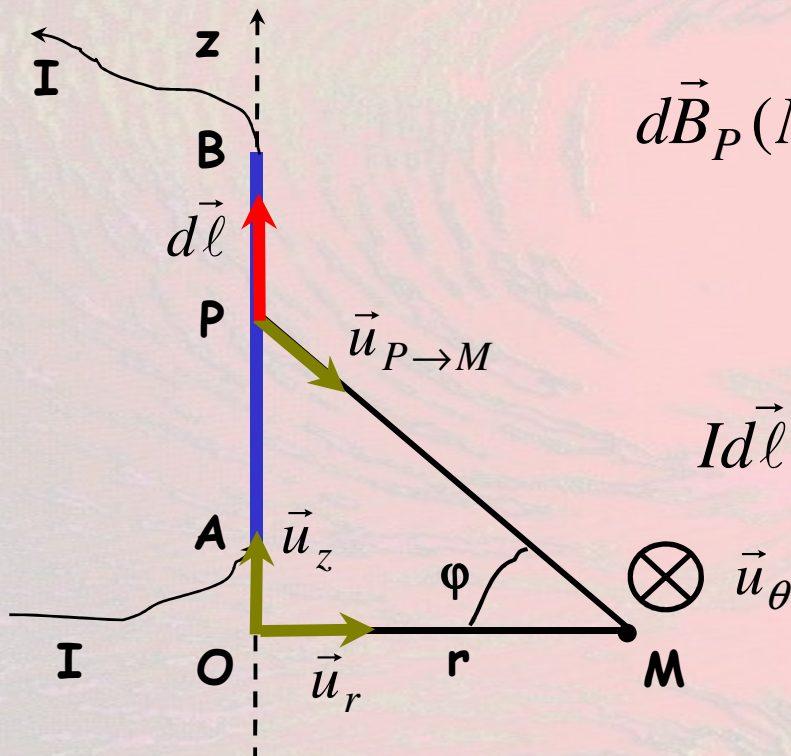
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{(C)} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{P \rightarrow M}}{PM^2}$$

μ_0 : perméabilité du vide ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ SI, $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$)



2 - Un 1^{er} exemple de calcul de champ : conducteur rectiligne

On considère un segment AB considéré comme un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité constante I . Le champ élémentaire créé par l'élément $d\vec{\ell}$ (centré en P) au point M est :

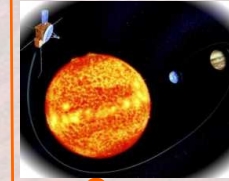


$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2} = dB_P(M) \vec{u}_\theta$$

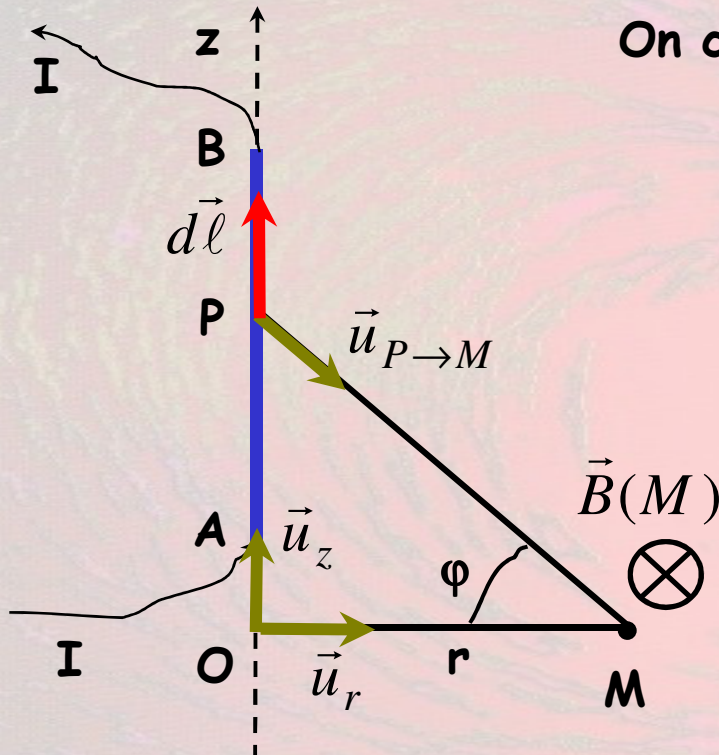
$$\vec{u}_{PM} = \cos \varphi \vec{u}_r - \sin \varphi \vec{u}_z$$

$$I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{PM} = I dz \vec{u}_z \wedge \vec{u}_{PM} = I \cos \varphi dz \vec{u}_\theta$$

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \varphi}{PM^2} dz$$



On choisit l'angle φ comme variable d'intégration :



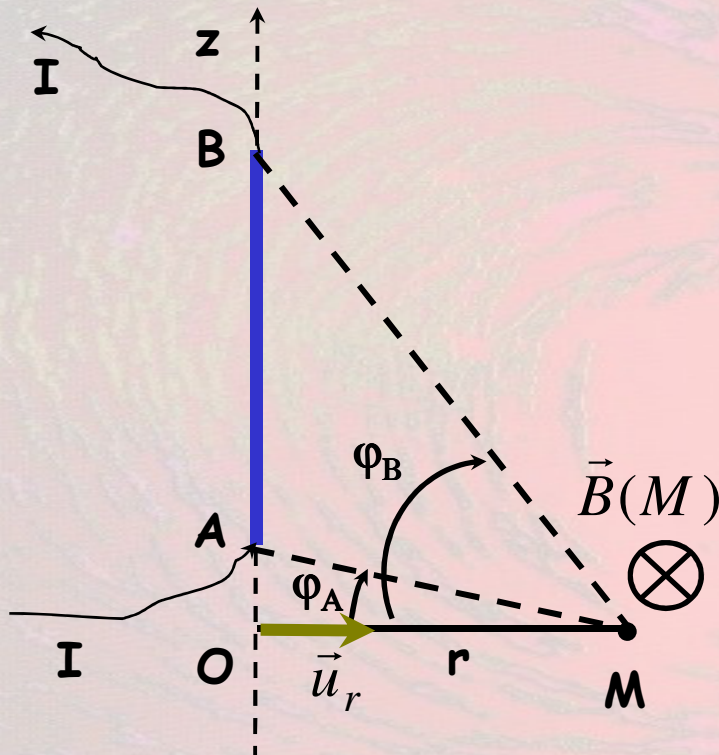
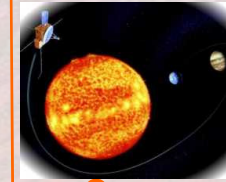
$$\cos \varphi = \frac{r}{PM} \quad \text{donc} \quad PM = \frac{r}{\cos \varphi}$$

$$\tan \varphi = \frac{z}{r} ; z = r \tan \varphi \quad \text{et} \quad dz = \frac{rd\varphi}{\cos^2 \varphi}$$

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cos \varphi \frac{\cos^2 \varphi}{r^2} \frac{rd\varphi}{\cos^2 \varphi}$$

Soit :

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r} \cos \varphi d\varphi$$



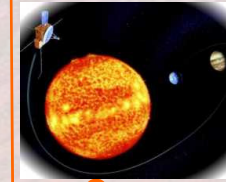
$$dB_P(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r} \cos \varphi d\varphi$$

Par intégration :

$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r} \int_{\varphi_A}^{\varphi_B} \cos \varphi d\varphi$$

$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r} (\sin \varphi_B - \sin \varphi_A)$$

Remarque : ce résultat permet de calculer le champ magnétique créé par des circuits polygonaux.



Cas du fil infini :

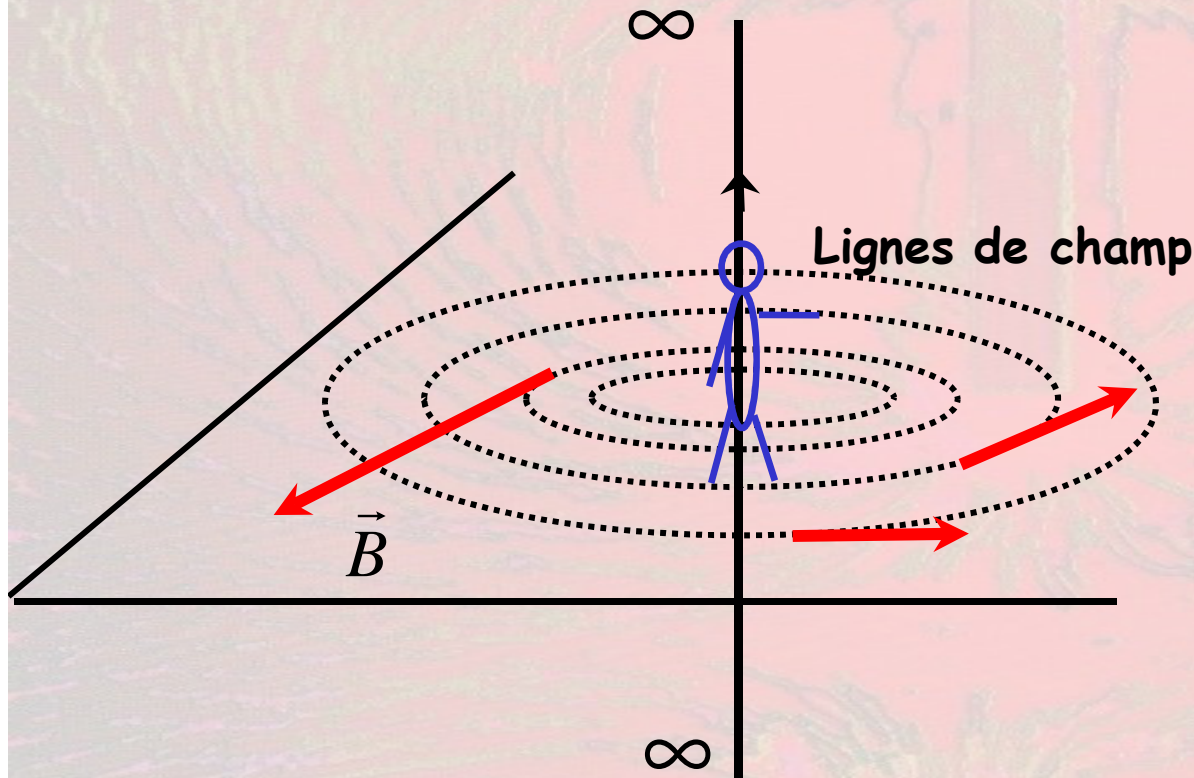
On a alors :

$$\varphi_A \rightarrow -\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \varphi_B \rightarrow +\frac{\pi}{2}$$

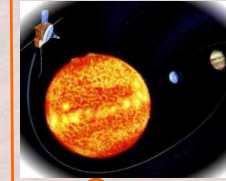
Par conséquent :

$$B(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r}$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r} \vec{u}_\theta$$

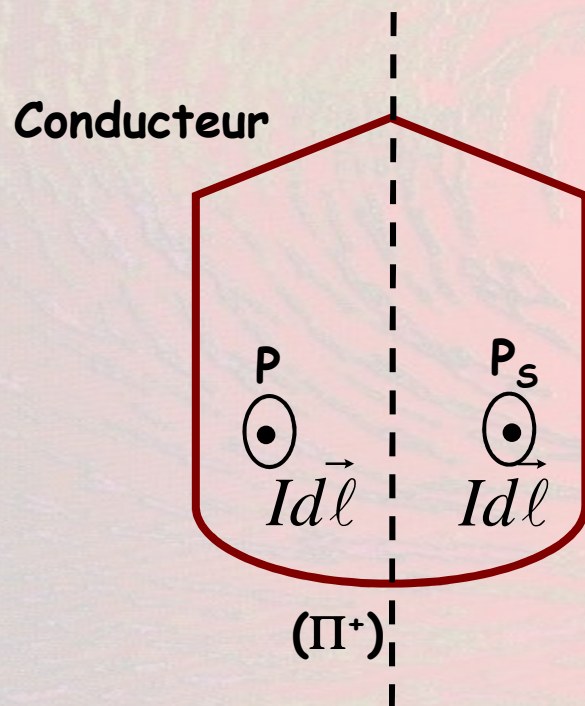


 : petit bonhomme d'Ampère



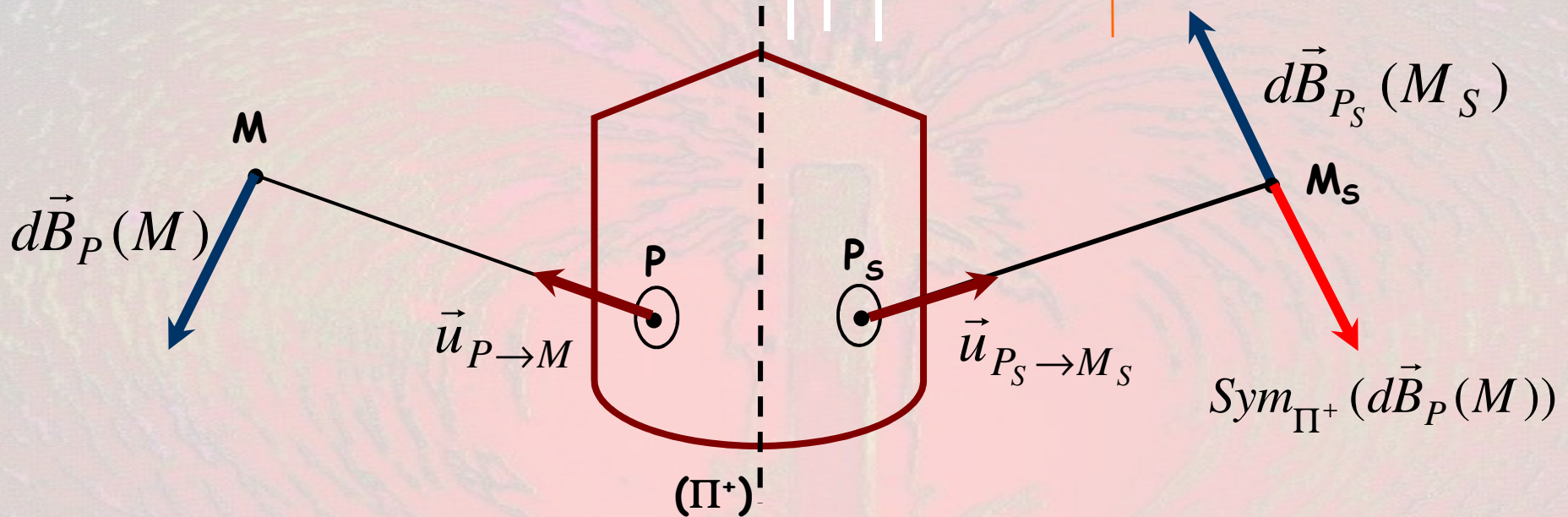
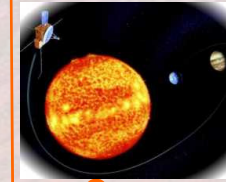
3 - Propriétés de symétrie du champ magnétique :

On considère une répartition volumique de courants assimilables à des fils infinis collés les uns aux autres.



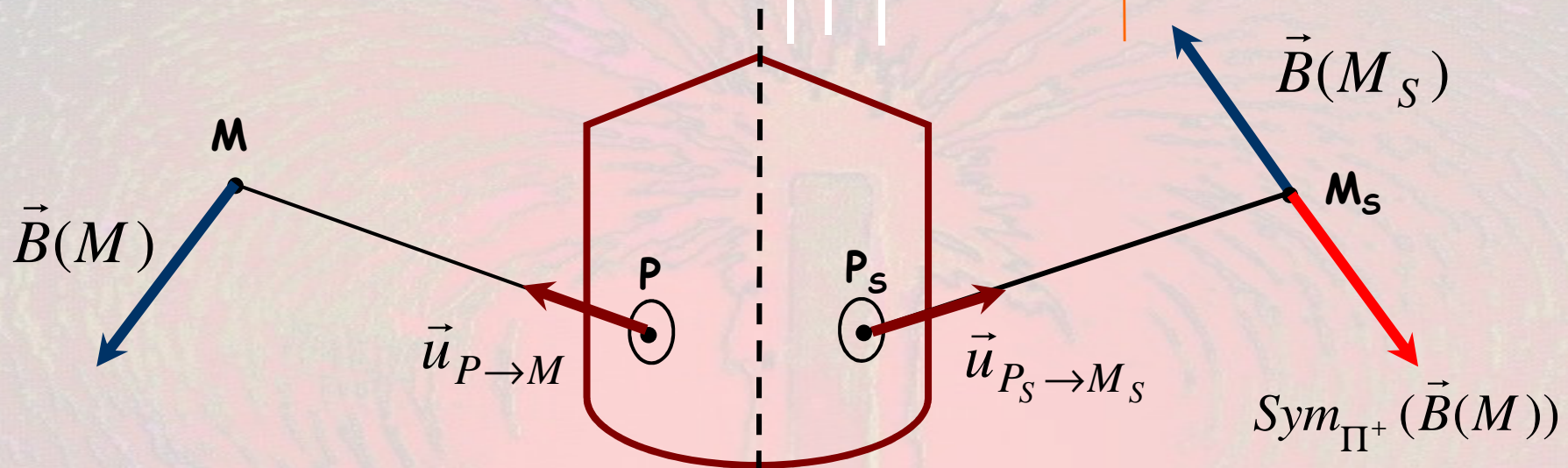
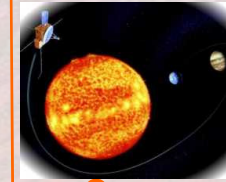
Cette répartition de courants possède un **plan de symétrie (Π^+)** : aux points P et P_S , existent les mêmes éléments de courants $Id\vec{\ell}$.





M est un point quelconque de l'espace et M_S son symétrique par rapport au plan (Π^+) : $M_S = sym_{\Pi^+}(M)$

$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{P \rightarrow M}}{PM^2} \quad ; \quad d\vec{B}_{P_S}(M_S) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{P_S \rightarrow M_S}}{P_S M_S^2}$$



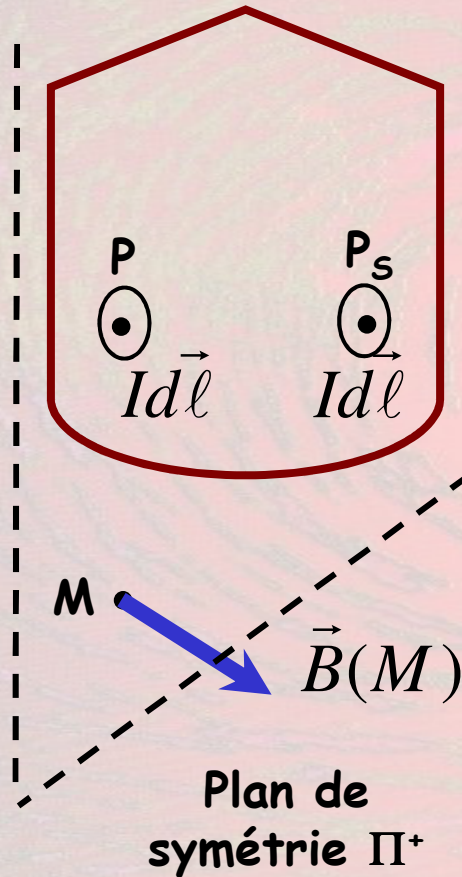
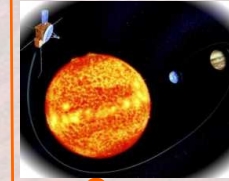
Avec : $PM = P_S M_S$; $\vec{u}_{P_S \rightarrow M_S} = \text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{u}_{P \rightarrow M})$

Et en utilisant les propriétés du produit vectoriel, on montre que :

$$d\vec{B}_{P_S}(M_S) = -\text{Sym}_{\Pi^+}(d\vec{B}_P(M))$$

Par intégration, on déduit : $\vec{B}(M_S) = -\text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{B}(M))$





Si M appartient au plan (Π^+) , M et M_S sont confondus.

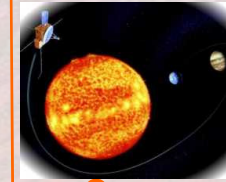
Par conséquent :

$$\vec{B}(M) = -\text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{B}(M)) \quad \text{soit} \quad \vec{B}(M) \perp (\Pi^+)$$

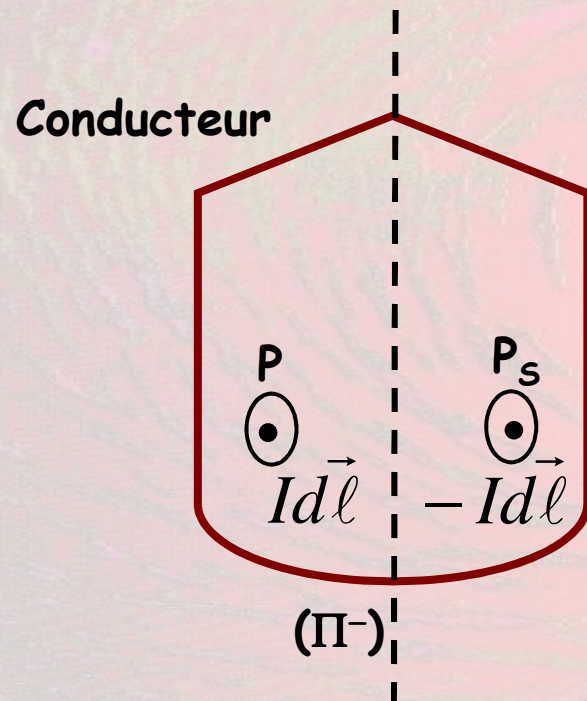
$$M \in (\Pi^+) \Rightarrow \vec{B}(M) \perp (\Pi^+)$$

« C'est le contraire du champ électrostatique ! »





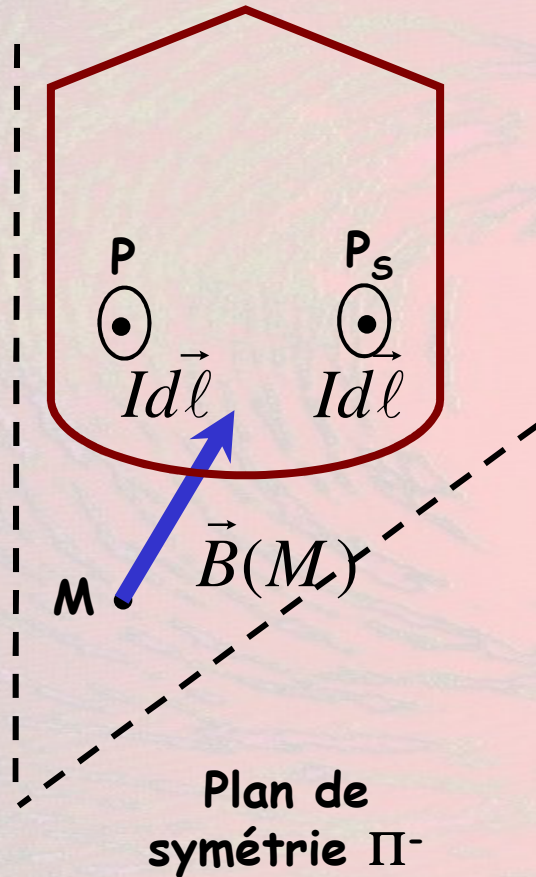
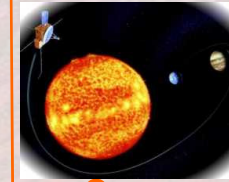
On considère une répartition volumique de courants assimilables à des fils infinis collés les uns aux autres.



Cette répartition de courants possède un plan d'anti-symétrie (Π^-) : aux points P et P_s , existent des éléments de courants de sens opposés.

On montre alors que, pour $M_S = \text{sym}_{\Pi^-}(M)$:

$$\vec{B}(M_S) = \text{Sym}_{\Pi^-}(\vec{B}(M))$$



Si M appartient au plan (Π^-) , M et M_s sont confondus.

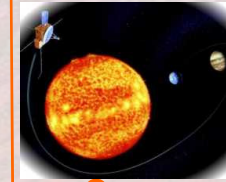
Par conséquent :

$$\vec{B}(M) = \text{Sym}_{\Pi^-}(\vec{B}(M)) \quad \text{soit} \quad \vec{B}(M) \perp (\Pi^-)$$

$$M \in (\Pi^-) \Rightarrow \vec{B}(M) \in (\Pi^-)$$

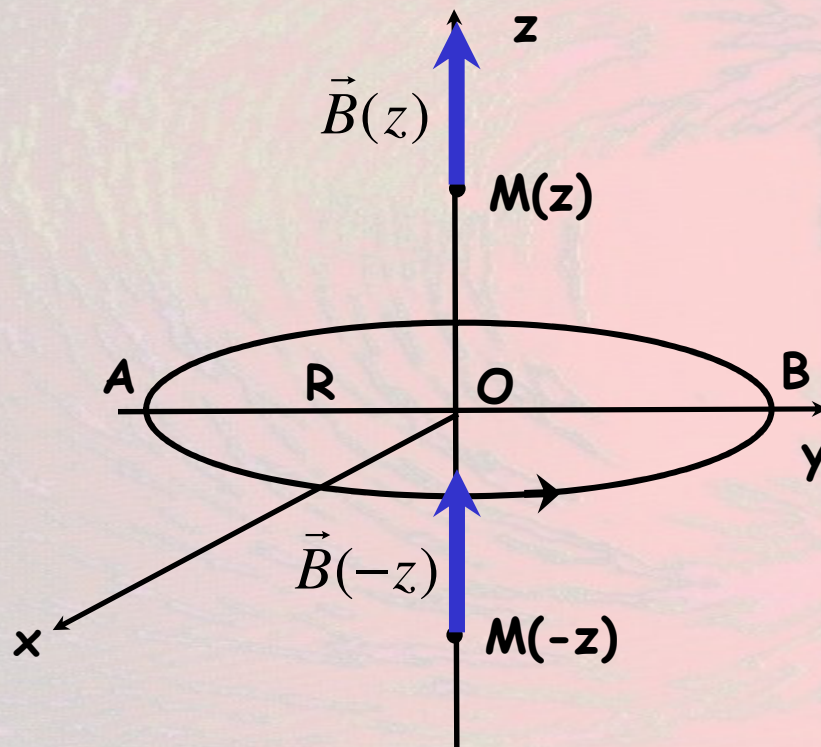
« C'est le contraire du champ électrostatique ! »





IV - Calculs classiques de champs magnétiques

1 - Spire circulaire :



Une spire circulaire (C) de rayon R est parcourue par un courant constant d'intensité I.

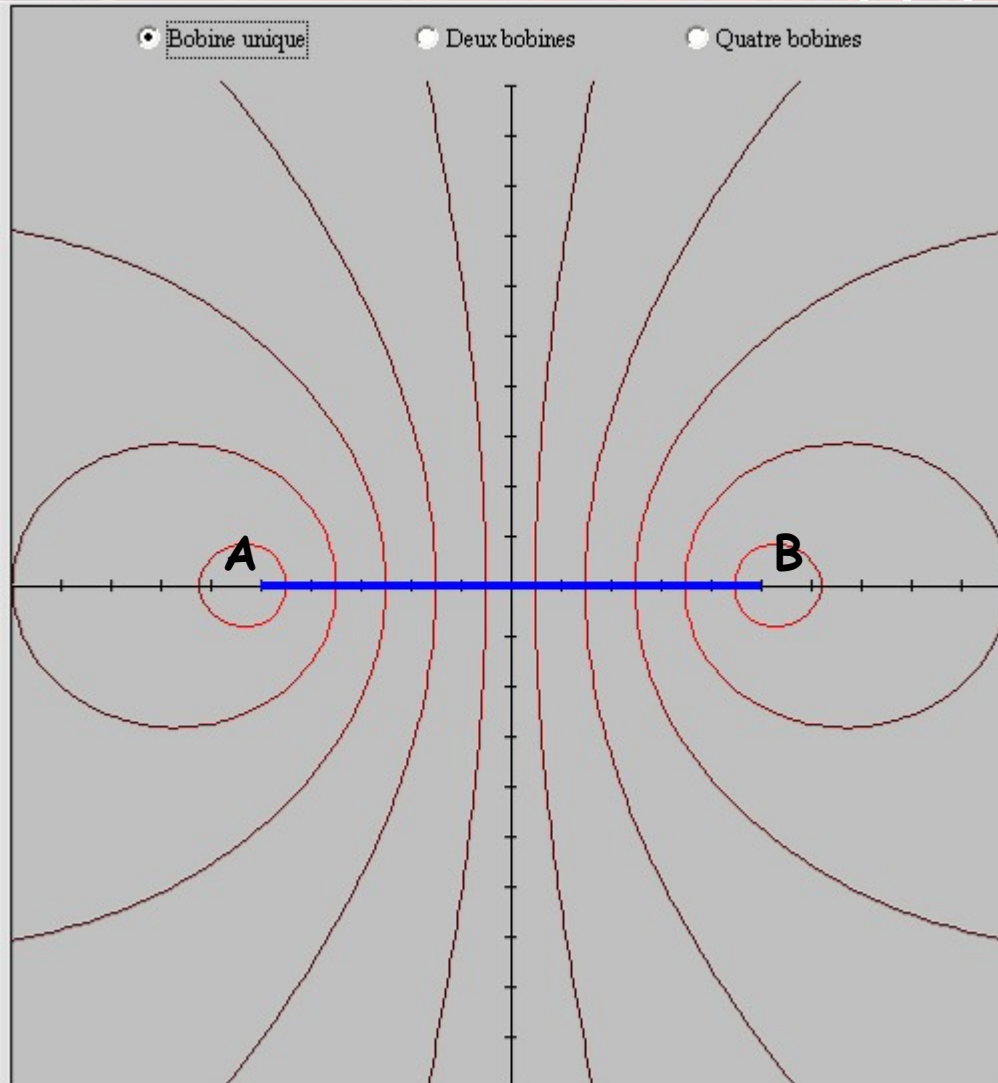
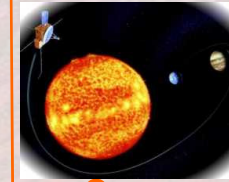
On souhaite calculer le champ magnétique en un point M situé sur l'axe (Oz) de la spire.

Étude des symétries :

Tous les plans contenant l'axe (Oz) sont des plans d'anti-symétrie, par conséquent :

$$\vec{B}(z) = B(z) \vec{u}_z$$

Le plan (Oxy) est un plan de symétrie pour la répartition de courants, par conséquent : $\vec{B}(-z) = \vec{B}(z)$



Lignes de champ dans le plan (Oyz)
(1 bobine)

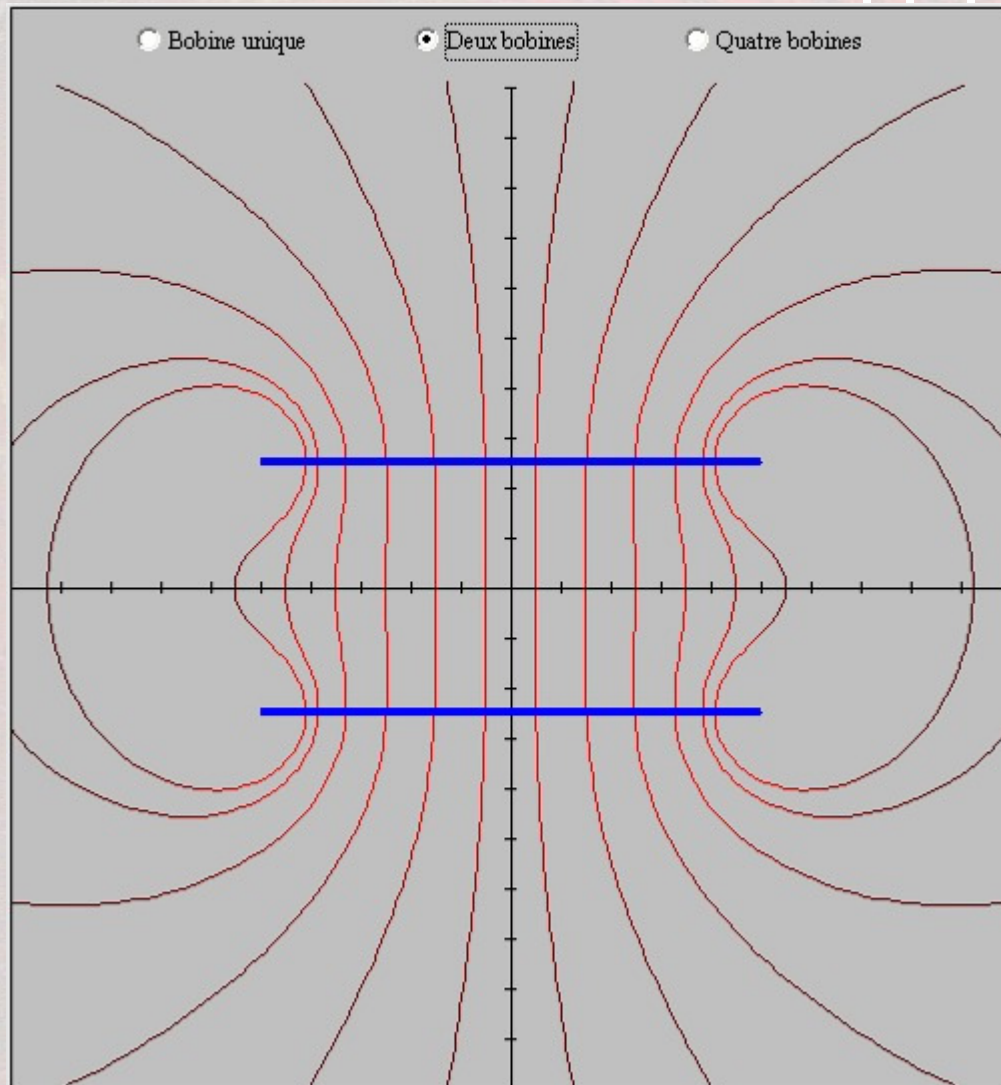
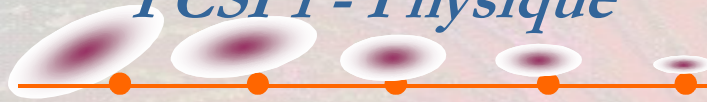
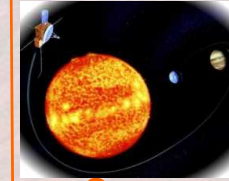
Les lignes de champ sont des lignes fermées.

Les lignes de champ ne divergent pas à partir de leurs sources (les courants) mais tourbillonnent autour de celles-ci.

La règle de la main droite donne l'orientation des lignes de champ.

Animation Java

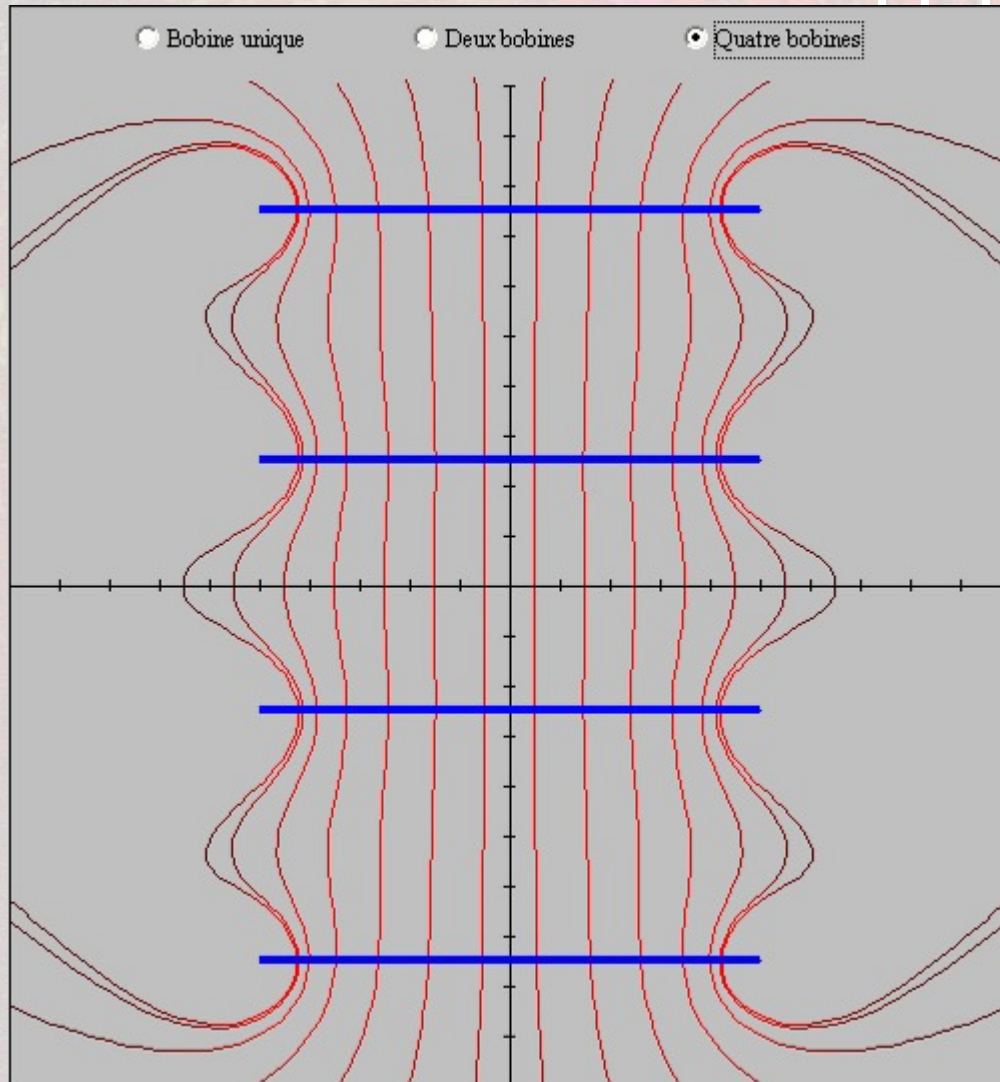
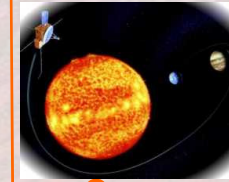




Lignes de champ dans le plan (Oyz)
(2 bobines)

Animation Java

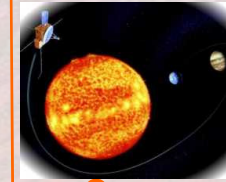




Lignes de champ dans le plan (Oyz)
(4 bobines)

Animation Java





Calcul du champ sur l'axe :

Le champ élémentaire créé par l'élément de longueur $d\ell$ au point P vaut :

$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{P \rightarrow M}}{PM^2}$$

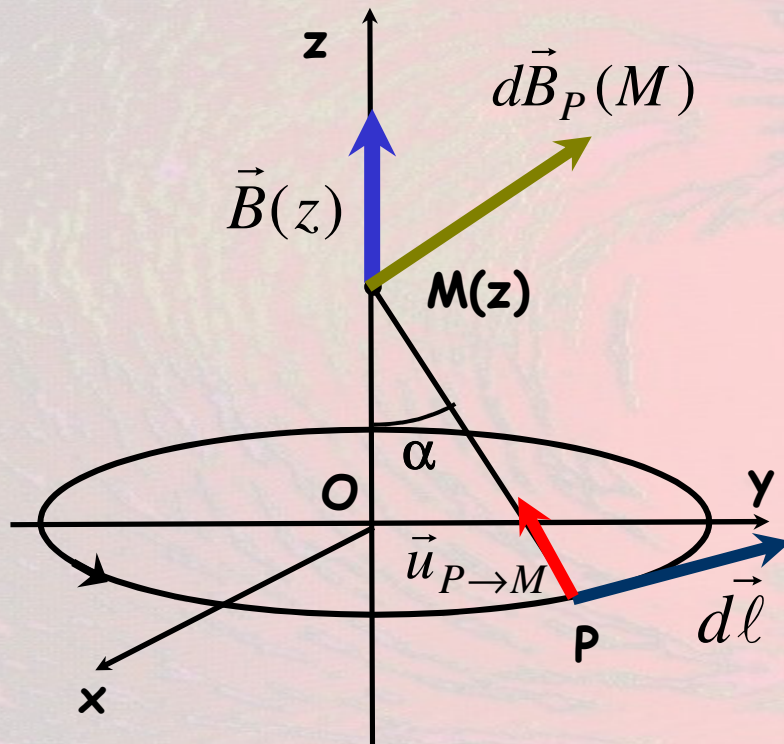
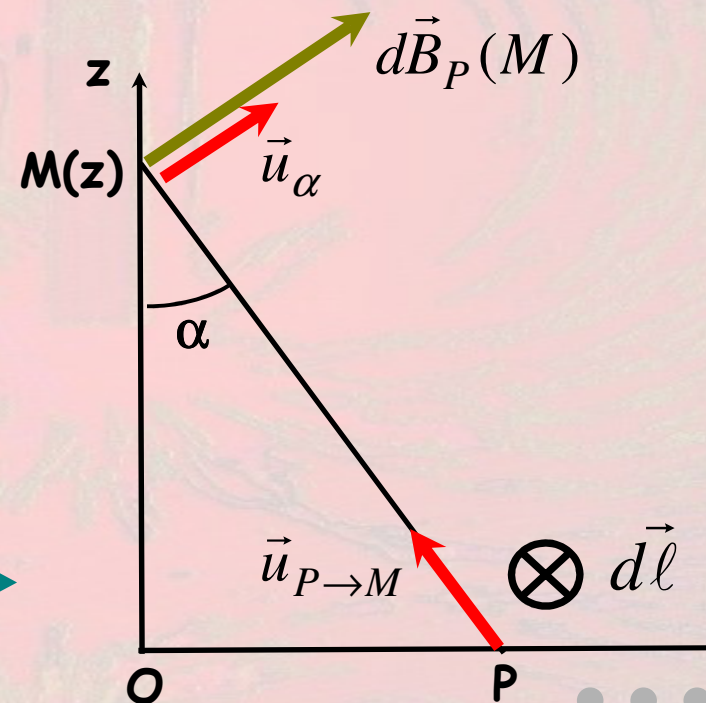
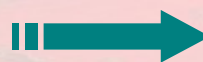
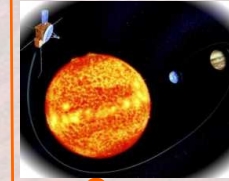


Figure dans le plan méridien (OPM)





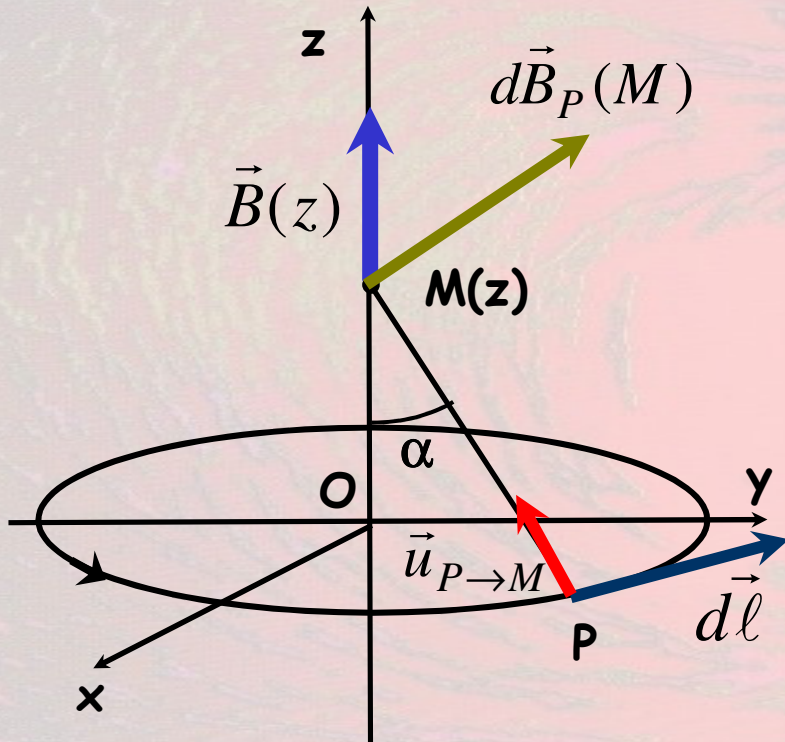
Les vecteurs $d\vec{\ell}$ et $\vec{u}_{P \rightarrow M}$ sont perpendiculaires et le champ élémentaire est porté par \vec{u}_α :

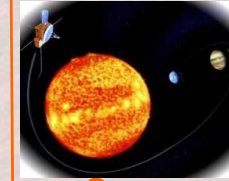
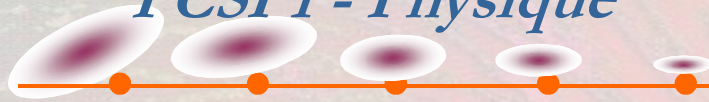
$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{PM^2} \vec{u}_\alpha$$

En projection sur l'axe (Oz) :

$$dB_{P,z}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{PM^2} \vec{u}_\alpha \cdot \vec{u}_z$$

$$dB_{P,z}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{PM^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{PM^2} \sin \alpha$$





Soit, en intégrant sur le périmètre de la spire (avec $PM = \text{cste}$) :

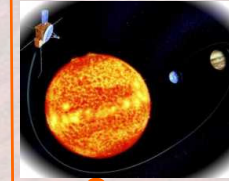
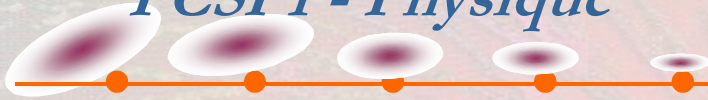
$$B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I(2\pi R)}{PM^2} \sin \alpha$$

Avec $\sin \alpha = \frac{R}{PM}$, il vient :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{u}_z$$

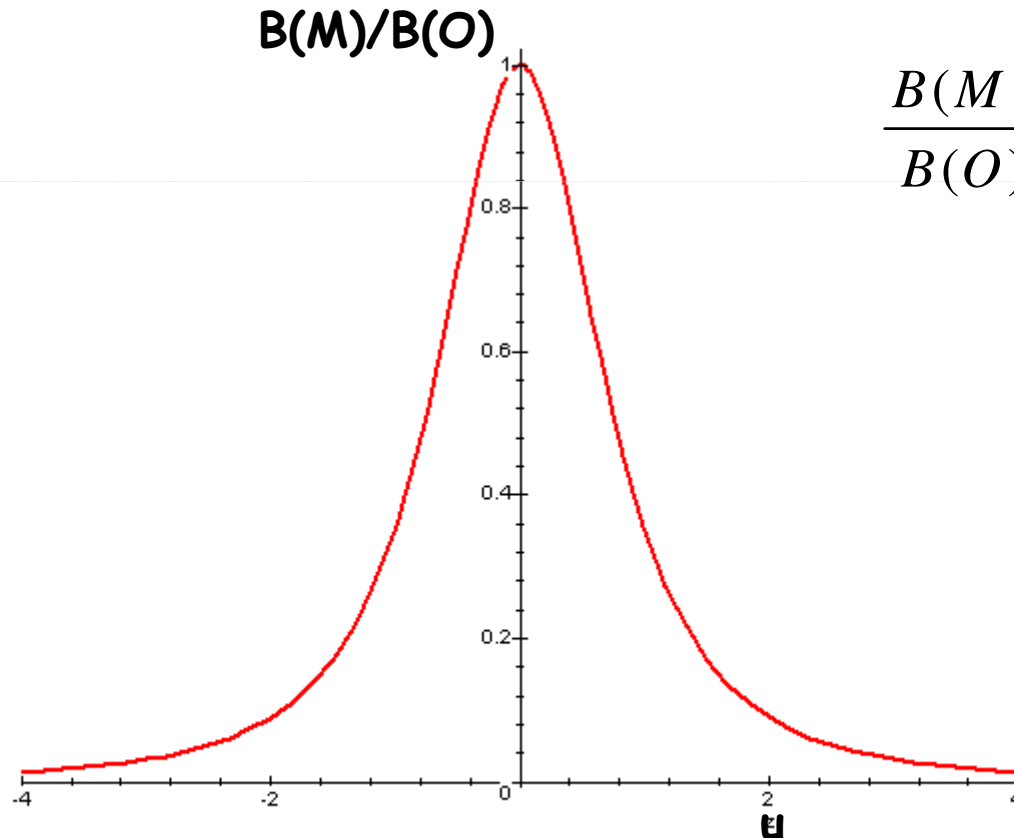
Ou encore, avec $\sin \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$:

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{R^3}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z$$



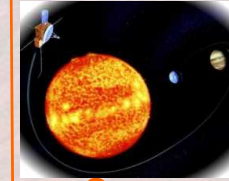
Le champ au centre de la spire est : $B(O) = \frac{\mu_0 I}{2R}$

La courbe suivante trace l'allure de :

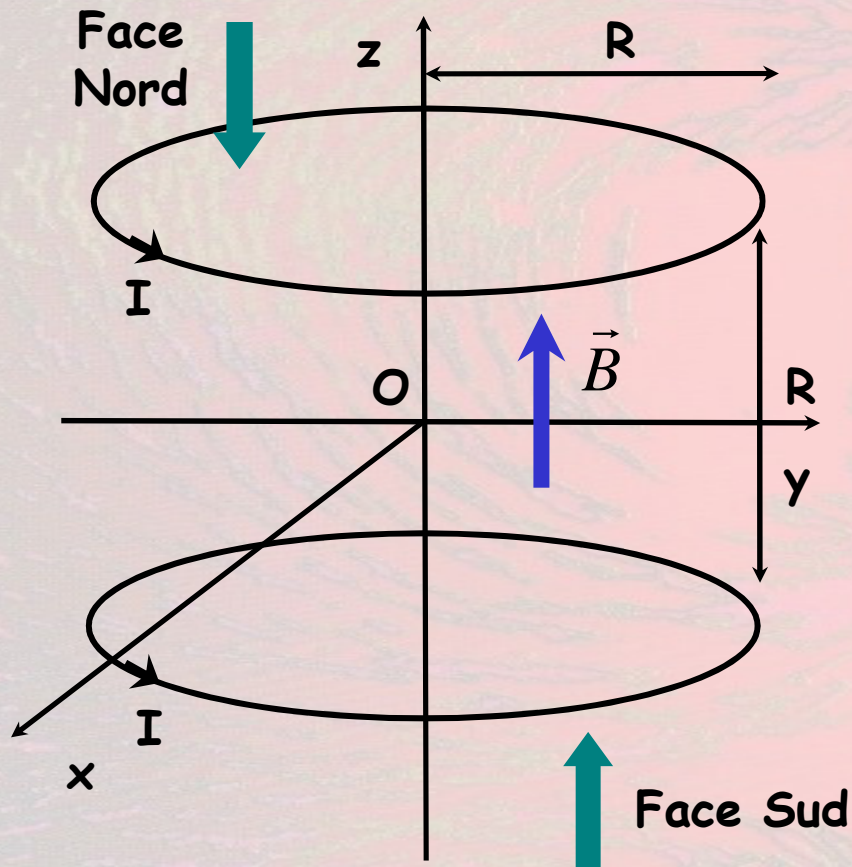


$$\frac{B(M)}{B(O)} = \frac{R^3}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{1}{(1 + u^2)^{3/2}}$$

(Avec $u = \frac{z}{R}$)



2 - Bobines de Helmholtz :



Deux spires identiques, de rayons R et d'axe (Oz) sont distantes de R .

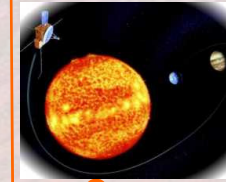
Elles sont parcourues, dans le même sens, par le même courant d'intensité I .

Animation Java

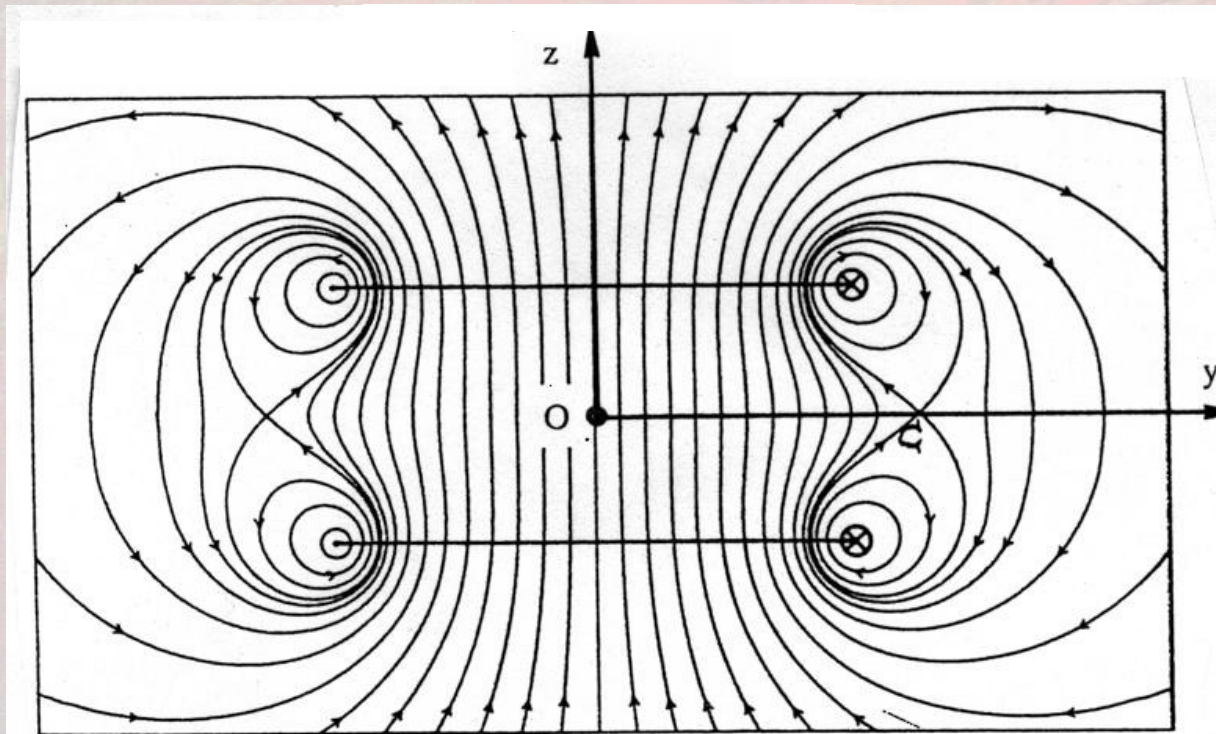


Lycée **Clemenceau**

PCSI 1 - Physique



Lignes de champ :



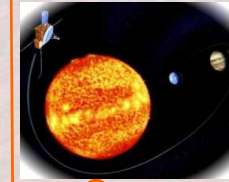
Animation Java

Les lignes de champ sont fermées et tourbillonnent autour des sources.

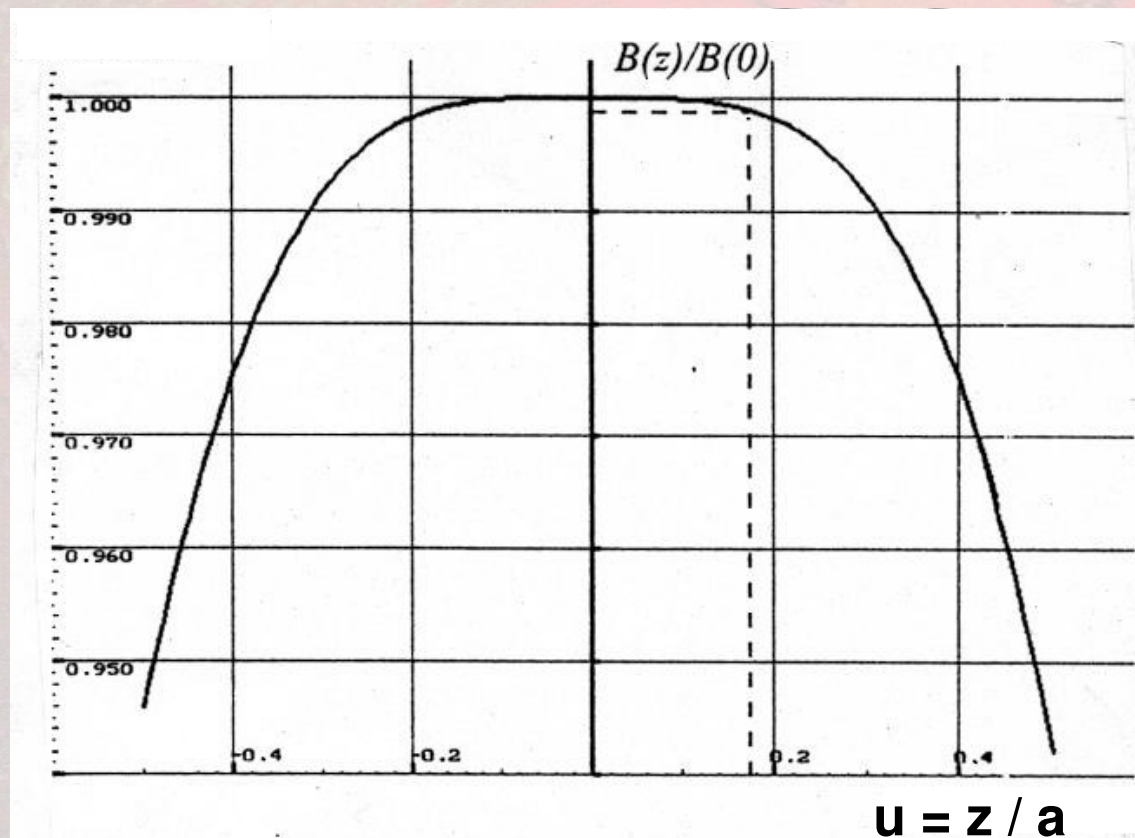
Entre les deux spires, les lignes de champ sont parallèles.

Lycée *Clemenceau*

PCSI 1 - Physique



Valeur algébrique du champ magnétique le long de l'axe des bobines de Helmholtz :

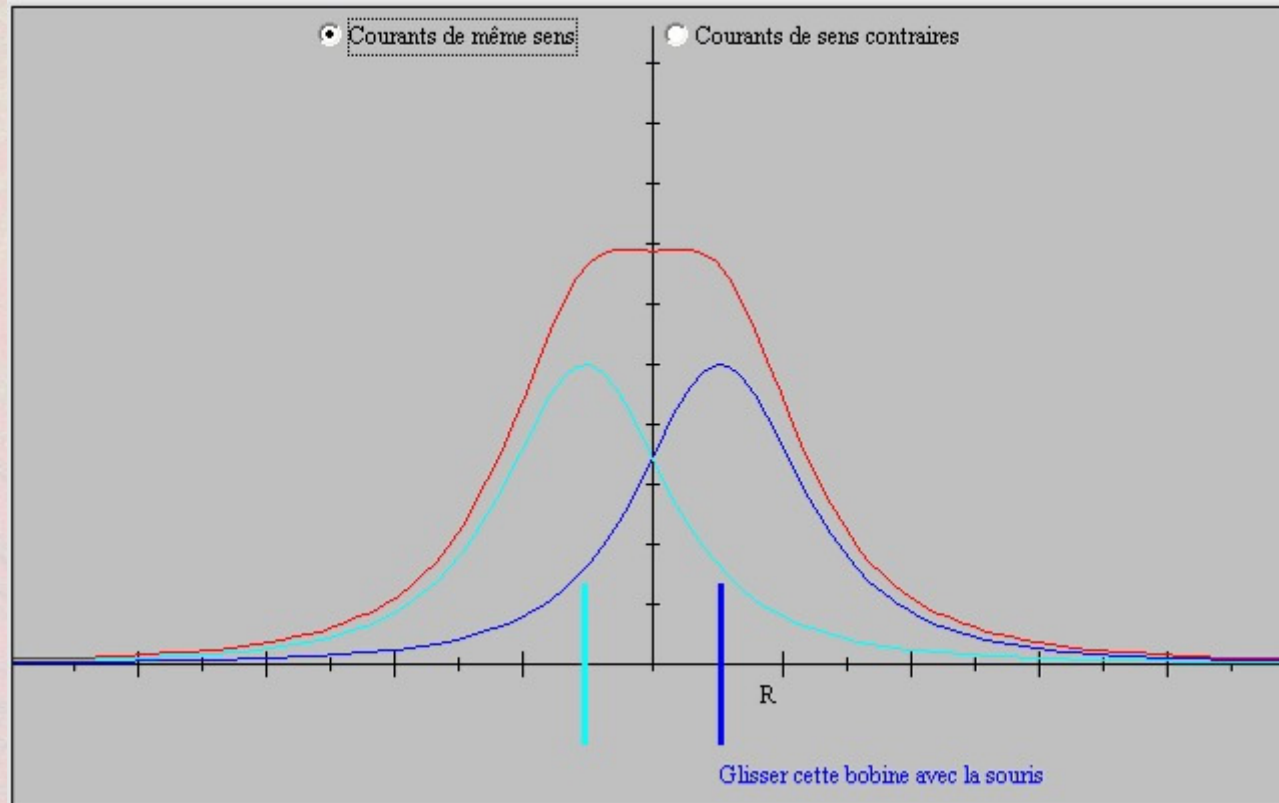
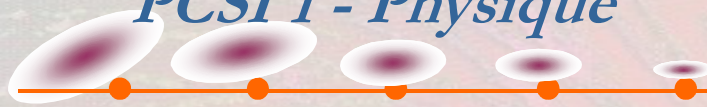
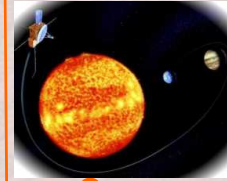


Les bobines de Helmholtz produisent un champ quasi-uniforme dans la région intérieure du dispositif.



Lycée **Clemenceau**

PCSI 1 - Physique

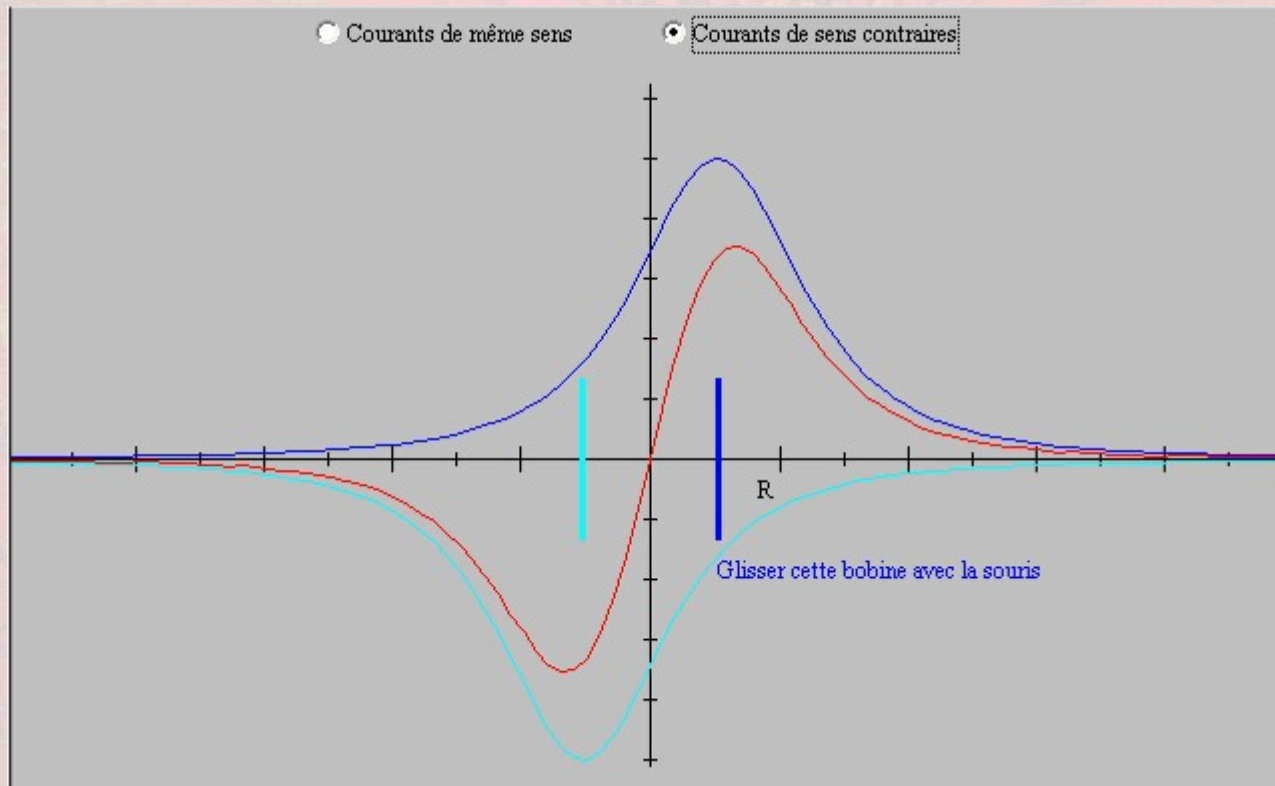
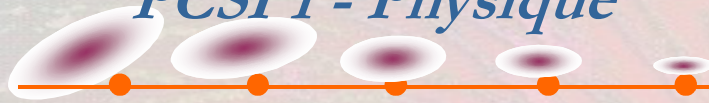
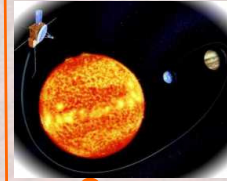


Animation Java



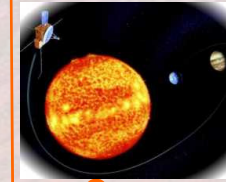
Lycée **Clemenceau**

PCSI 1 - Physique



Animation Java

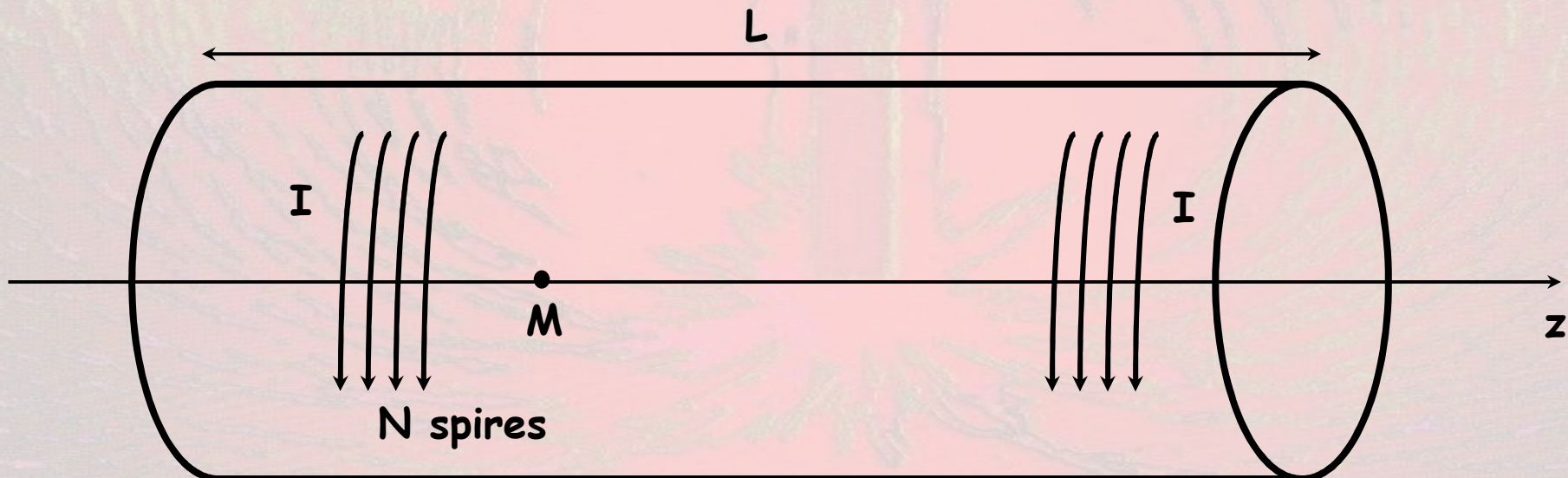




3 - Solénoïde fini et infini (à section circulaire) :

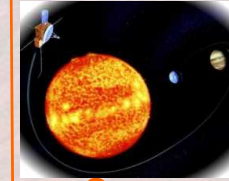
Un solénoïde est un circuit constitué de spires jointives enroulées sur un cylindre dont la section est ici supposée circulaire.

On note L sa longueur, R le rayon de sa section circulaire et N le nombre total de spires.



On calcule le champ en un point M quelconque de l'axe (Oz) (intérieur ou extérieur au solénoïde).



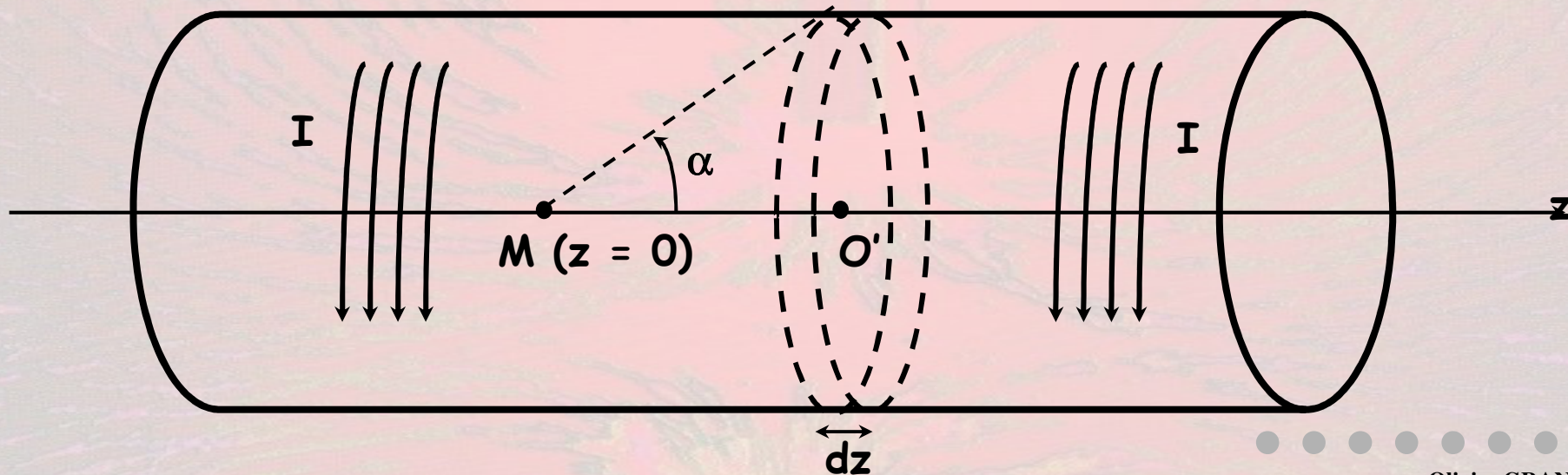


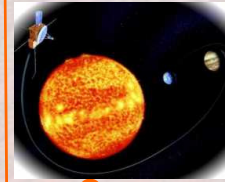
Tout plan contenant l'axe (Oz) est un plan d'anti-symétrie. Par conséquent :

$$\vec{B}(M) = B(M) \vec{u}_z$$

La spire centrée sur O' crée au point M le champ :

$$\vec{B}_{O'}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{u}_z$$

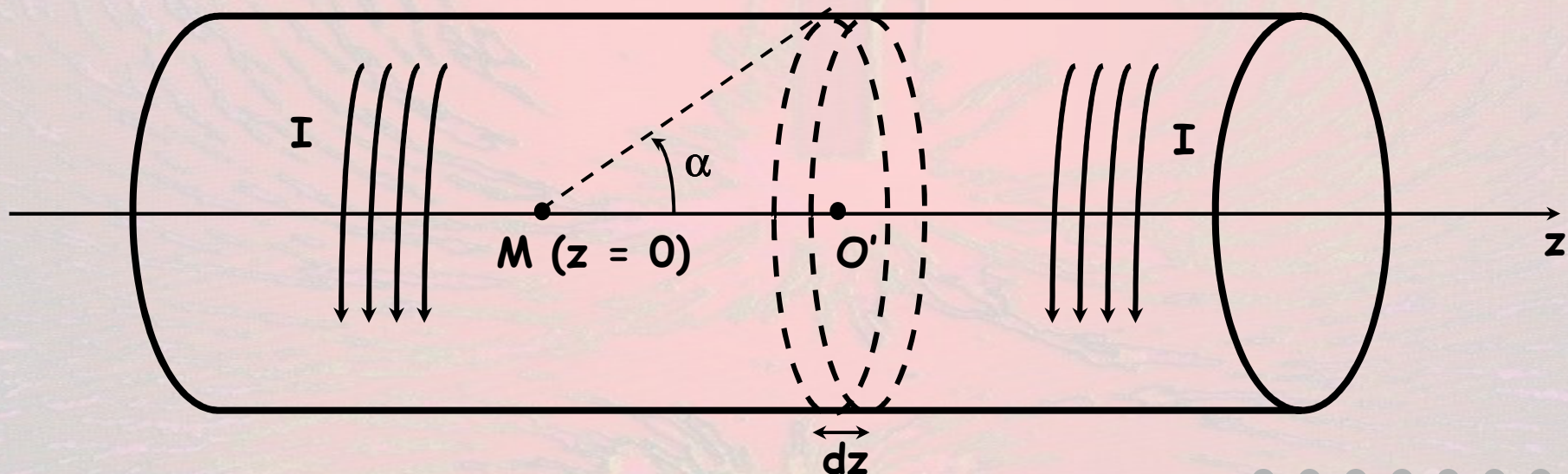


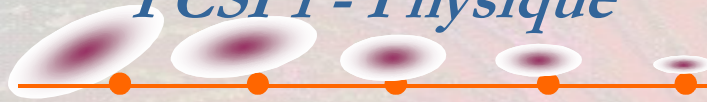
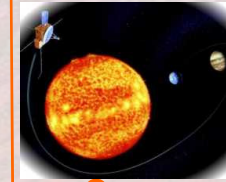


Dans l'élément de longueur dz , il y a $(N/L)dz$ spires. Le champ créé par l'élément dz du solénoïde est ainsi :

$$d\vec{B}(M) = \left(\frac{N}{L} dz \right) \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{u}_z = \frac{\mu_0 n I}{2R} \sin^3 \alpha dz \vec{u}_z$$

Où $n = N/L$ est le nombre de spires par unité de longueur.

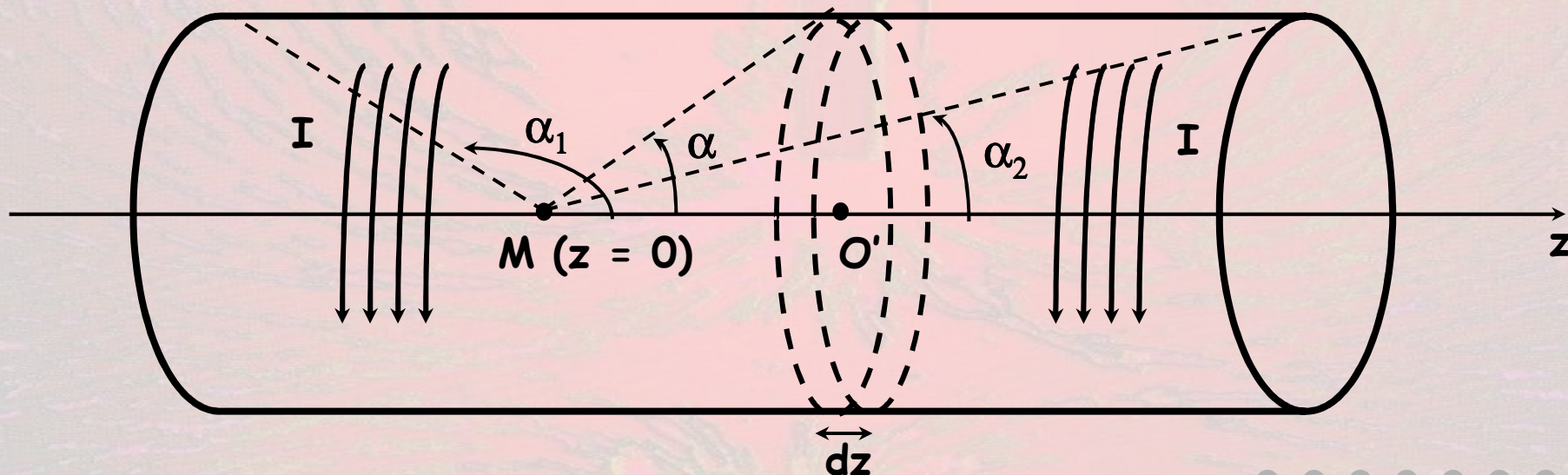


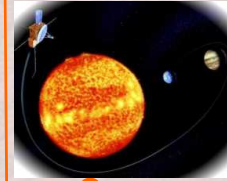


On choisit α comme variable d'intégration :

$$z = \overline{MO'} ; \tan \alpha = \frac{R}{z} ; z = R \cot \alpha ; dz = -\frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

$$d\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \alpha d\alpha \vec{u}_z$$

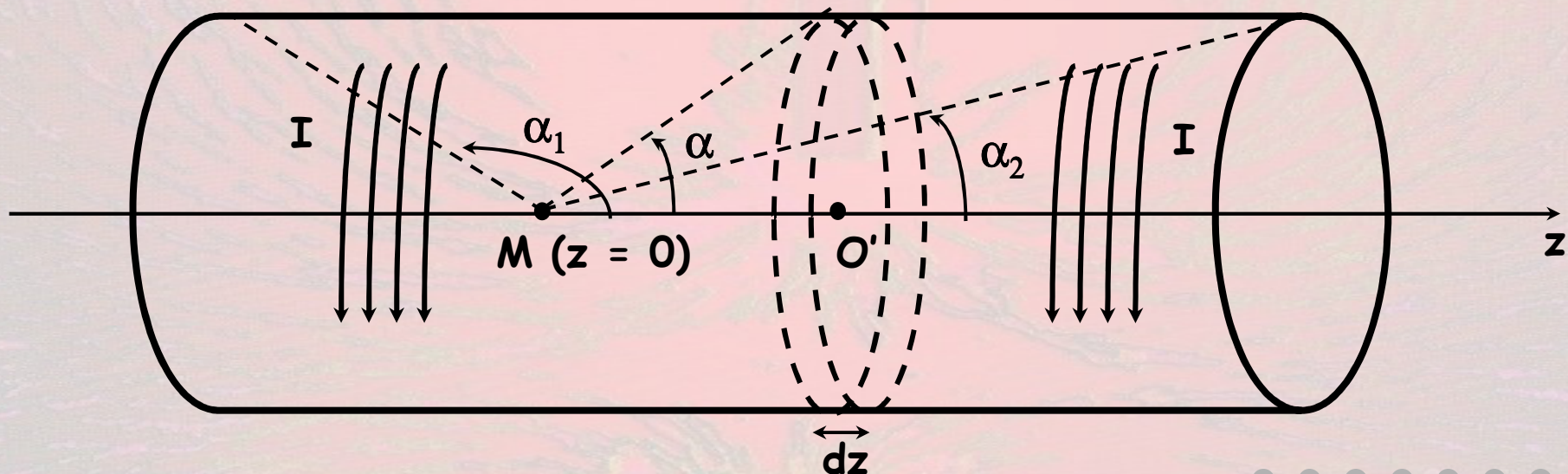


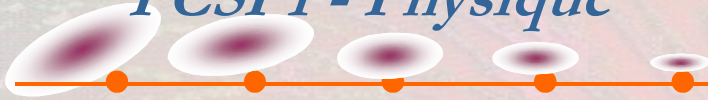
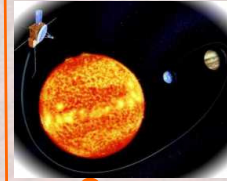


En intégrant entre les valeurs extrêmes α_1 et α_2 :

$$\vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \, d\alpha \, \vec{u}_z$$

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{u}_z$$



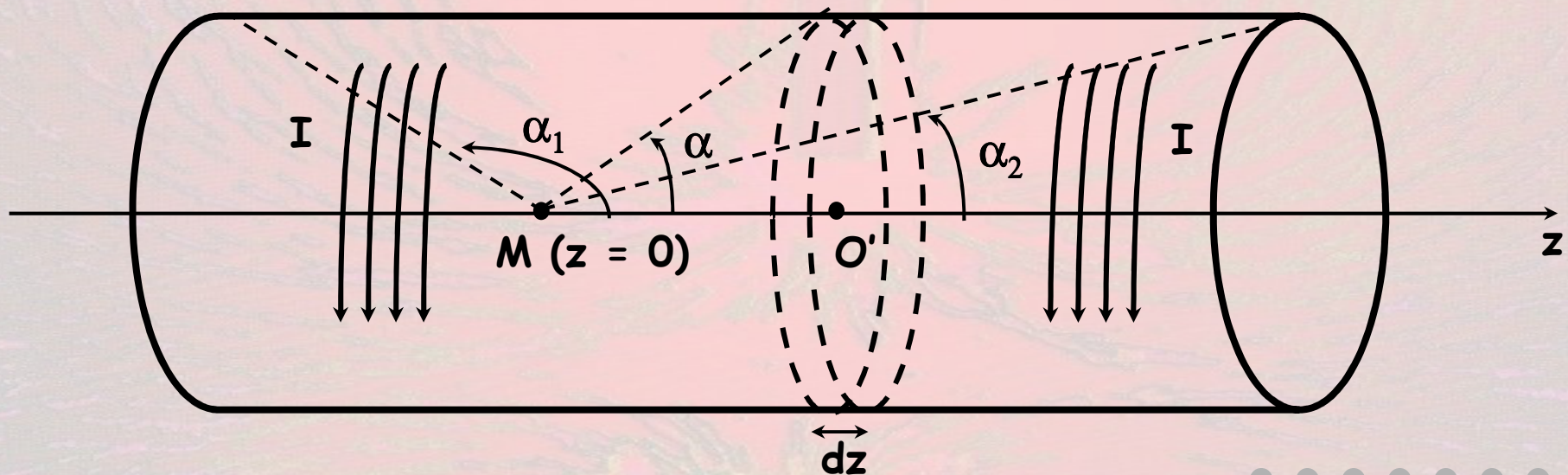


Pour un solénoïde infini (à section circulaire) :

$$\alpha_1 \rightarrow \pi \quad \text{et} \quad \alpha_2 \rightarrow 0$$

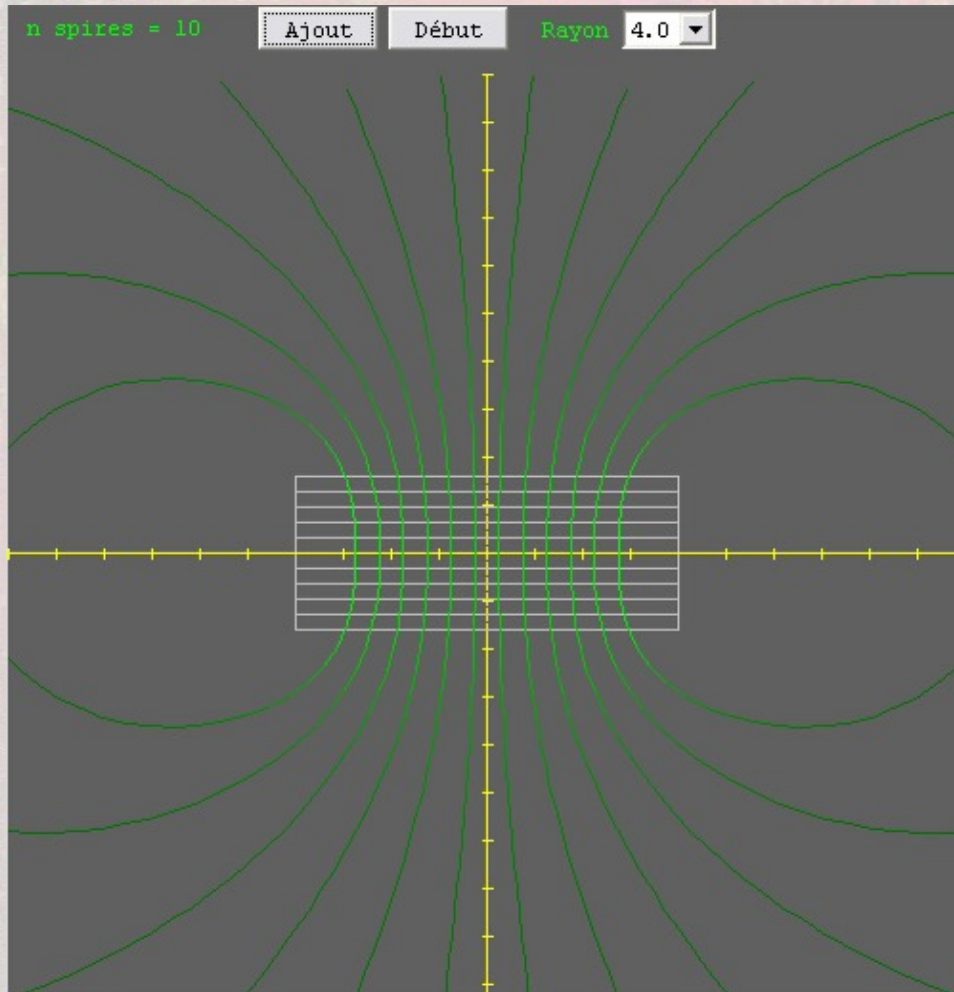
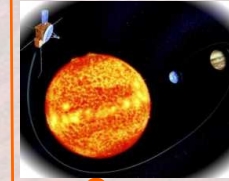
$$\vec{B}(M) = \mu_0 n I \vec{u}_z$$

(Champ uniforme)



Lycée *Clemenceau*

PCSI 1 - Physique

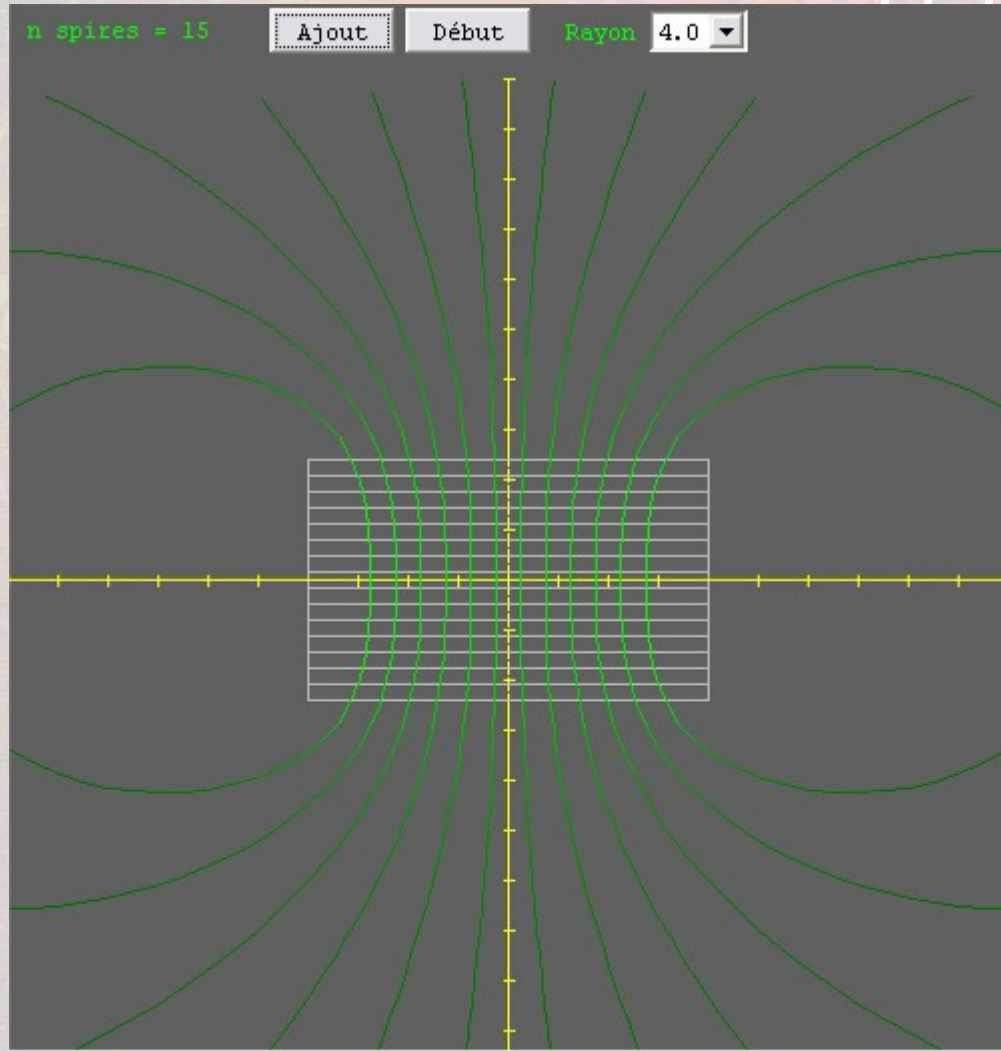
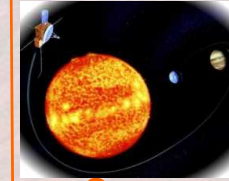


Animation Java



Lycée *Clemenceau*

PCSI 1 - Physique

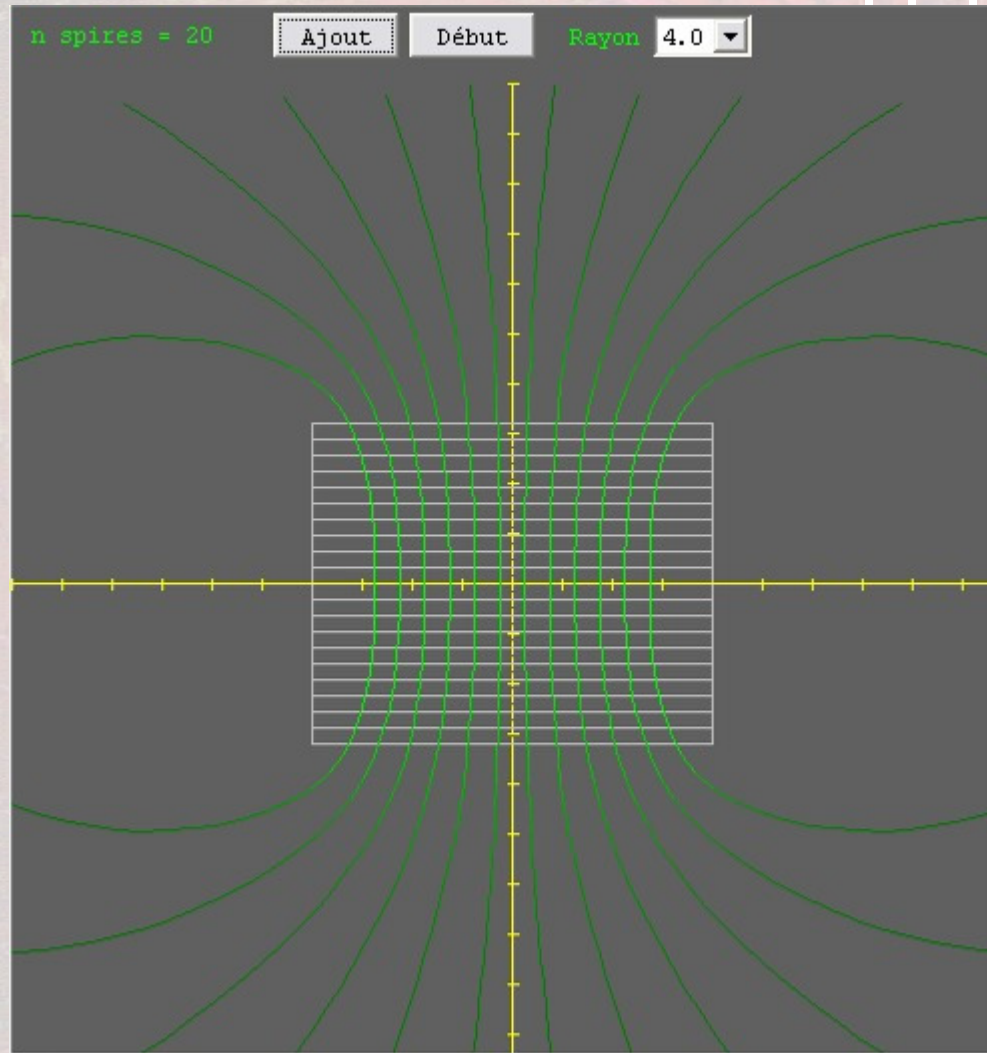
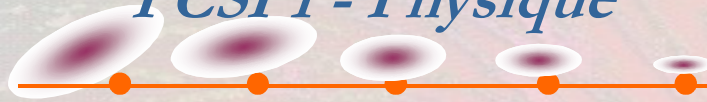
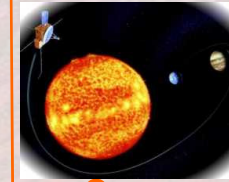


Animation Java



Lycée Clemenceau

PCSI 1 - Physique

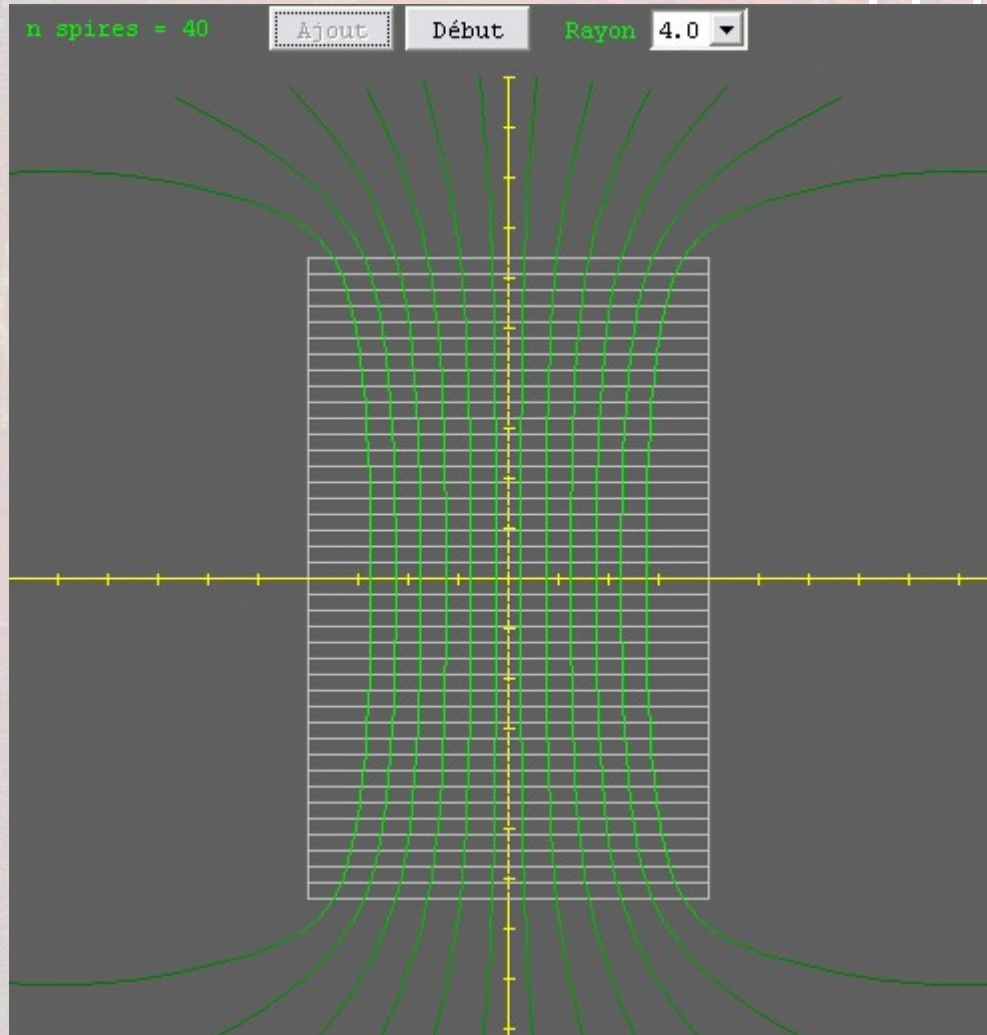
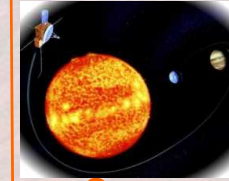


Animation Java



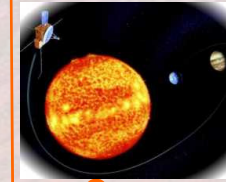
Lycée *Clemenceau*

PCSI 1 - Physique



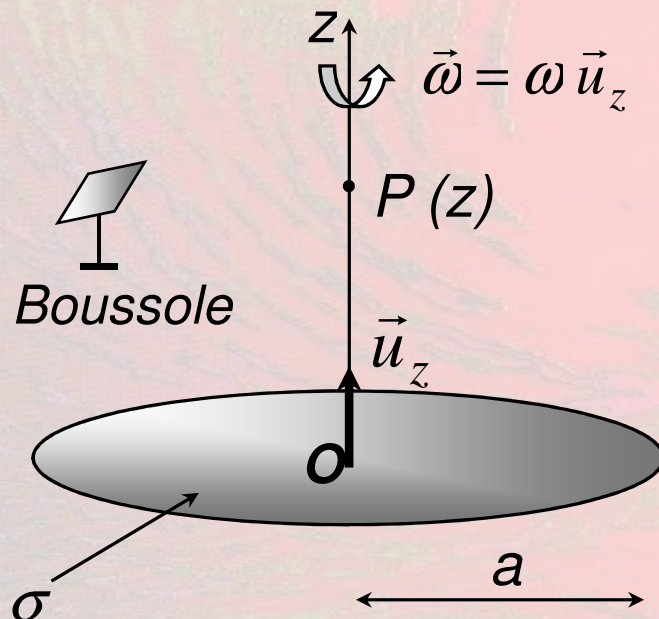
Animation Java





4 - Disque de Rowland :

On note O le centre du disque (de rayon a), initialement chargé uniformément en surface avec une densité surfacique σ . Le disque tourne autour de l'axe (Oz) perpendiculaire au plan du disque, à la vitesse angulaire constante ω .



Déterminer le champ magnétique $B(P)$ créé par le disque en un point $P(z)$ de l'axe (Oz).

[Solution \(pdf\)](#)